

# Hyperinterpolation zur Abhöre des Direktschalls von Musikinstrumenten an frei wählbarer Abstrahlungsrichtung

Seminararbeit aus Algorithmen in Akustik und Computermusik 2, SE

Christian Nachbar  
Gerold Nistelberger

Betreuung: Franz Zotter  
Graz, 17. März 2010



institut für elektronische musik und akustik



## Zusammenfassung

Im Allgemeinen geben Musikinstrumente in unterschiedlichen Richtungen unterschiedlich lauten und unterschiedlich gefärbten Klang ab. Die Kenntnis dieser Eigenschaft ist insbesondere bei Aufnahmen von Instrumenten mittels Nahmikrofonierung wichtig. Es ist daher günstig, die klanglichen Eigenschaften der Schallabstrahlung im Voraus zu kennen, um bei Aufnahmen geeignete Orte für Mikrofone für das jeweils betrachtete Instrument zu finden. In der Literatur sind die Arbeiten von Jürgen Meyer [Mey72] sehr bedeutsam, welche diese Eigenschaften beschreiben. Die Mikrofonkugel am IEM bietet aber neue Möglichkeiten, sich die Klangabstrahlung direkt anzuhören. Dazu sollen Instrumente in der Mikrofonkugel aufgenommen werden und mit einer Interpolation ein Abstrahlungssignal an einem frei einstellbaren Austrittswinkel hörbar gemacht werden. In erster Linie soll der Höreindruck beschrieben werden, der in zweiter Linie mit der Literatur verglichen werden soll.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Literatur</b>	<b>5</b>
2.1	Jürgen Meyer . . . . .	5
2.1.1	Messaufbau . . . . .	5
2.2	Jukka Pätynen und Tapio Lokki . . . . .	5
2.2.1	Messaufbau . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Kugelflächenfunktionen</b>	<b>7</b>
3.1	Kugelflächenfunktionen . . . . .	7
3.2	Inversion der Matrix . . . . .	9
3.3	Mikrofonkugel des IEM . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Echtzeit-Klangdemonstration in Pure Data</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Ergebnisse der grafischen Auswertung</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Vergleich der grafischen Ergebnisse mit der vorhandenen Literatur</b>	<b>14</b>
6.1	Vergleich mit Jürgen Meyer . . . . .	14
6.2	Vergleich mit Jukka Pätynen und Tapio Lokki . . . . .	14
<b>7</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>16</b>
7.1	Ausblick . . . . .	16

# 1 Einleitung

Durch die Abstrahlcharakteristik von Musikinstrumenten hat die Mikrofonierungsposition einen wesentlichen Einfluss auf den aufgenommenen Klang eines Instrumentes. Der Klang von Instrumenten weckte schon seit langem großes Interesse, doch es gibt wenig umfangreiche wissenschaftliche Arbeiten über dieses Thema.

Die Schwierigkeiten liegen nicht nur in der messtechnischen Erfassung der Daten, sondern auch in einer vernünftigen und schlüssigen Darstellung der Messwerte. Abgesehen von der messtechnisch korrekten und reproduzierbaren Anregung der Instrumente erschweren die unterschiedlichen Klangfarben bei unterschiedlichen Tonhöhen und Lautstärken eine vernünftige Auswertung.

Unsere Arbeit und Implementation stellt erstmals neben der grafischen Auswertung der Abstrahlung eine Möglichkeit zur Verfügung, sich den rundum abgestrahlten Klang eines Instrumentes in Echtzeit auditorisch zugänglich zu machen.

## 2 Literatur

Folgender Abschnitt enthält einen Überblick über bisherige Ansätze zur Analyse der Klang- und Abstrahlcharakteristik von Musikinstrumenten.

### 2.1 Jürgen Meyer

Eine der ersten Arbeiten über akustische Abstrahlungseigenschaften von Musikinstrumenten wurde von Jürgen Meyer [Mey72] verfasst. Seine Arbeit ist für Musiker, Komponisten und Raumakustiker bis heute ein Nachschlagewerk für das Abstrahlverhalten von Musikinstrumenten.

#### 2.1.1 Messaufbau

Jürgen Meyer verzichtet in seinem Buch auf die genaue Beschreibung des Messaufbaues und der Anregung. Vermutlich war es weniger die Zielsetzung des Buches, die Messtechnik zu beschreiben als genauere Informationen zum Abstrahlungs- und Klangverhalten der Instrumente zu zeigen.

Diesbezügliche Informationen liegen nur mündlich aus zweiter Hand vor. Laut einem Gespräch zwischen Jürgen Meyer und dem Betreuer dieser Seminararbeit, dürften die Instrumente über einen Drehteller drehbar gelagert worden sein und ihre Antwort auf ein künstliches Anregungssignal mit einem Mikrofon aufgezeichnet worden sein.

Die Anregung erfolgte vermutlich messtechnisch korrekt mittels Anblasmechanismus oder Shaker, um reproduzierbare, normierte und zeitlich synchrone Messdaten zu erhalten. Durch die Bestimmung der Impulsantwort pro gemessener Position wurde das richtungsabhängige Übertragungsverhalten des Instrumentes berechnet und grafisch dargestellt.

### 2.2 Jukka Pätynen und Tapio Lokki

Im Jahr 2009 haben Jukka Pätynen und Tapio Lokki [PL09] auf der technischen Universität Helsinki durch die gleichzeitige Aufnahme von 20 Mikrofonsignalen das Abstrahlverhalten von Orchesterinstrumenten bestimmt.

#### 2.2.1 Messaufbau

Die Aufnahme wurde in einem schalltoten, würfelförmigen Raum (die Distanz zwischen den Wänden beträgt 4.2 m) aufgenommen, wobei man davon ausgegangen ist, dass oberhalb von 100 Hz keine Raummoden mehr auftreten. Die 20 Aufnahmemikrofone (Mikrofonkoordinaten siehe Tabelle 1) wurden in den Ecken eines gedachten Dodekaeders rund um den Musiker angeordnet. Der Abstand zwischen Raummitte und Mikrofonposition betrug 2.13 m. Die 20 Mikrofone wurden mit einem Referenzmikrofon und einem qualitativ hochwertigen Lautsprecher kalibriert.

Für die Analyse wurden die Musiker aufgefordert einen A-Dur Akkord, beginnend bei einem *a*, über zwei Oktaven zu spielen.

Bei ihrer Arbeit haben Jukka Pätynen und Tapio Lokki unter anderem folgende Darstellungsmethode verwendet:

Abbildung 1 beschreibt auf der x-Achse (terzband-gefiltert) die Frequenzen und auf der y-Achse werden die Schalldruckpegel für jeden der vier Elevationswinkel mit jeweils fünf Mikrofonen dargestellt. Es ist anzumerken, dass es sich dabei um eine pro Terzband auf 0 dB normalisierte Darstellung handelt.

Mic pos	ele. [Grad]	azi. [Grad]
1-5	+53	0, 72, 144, -144, -72
6-10	+11	0, 72, 144, -144, -72
11-15	-11	36, 108, 180, -108, -36
16-20	-53	36, 108, 180, -108, -36

Tabelle 1: Positionen der Mikrofone

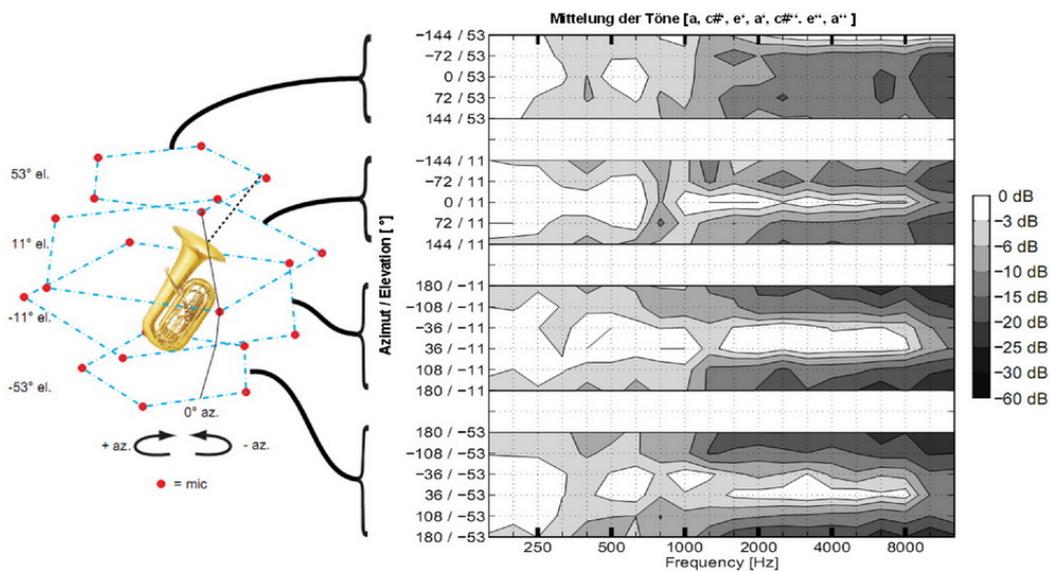


Abbildung 1: Trompete in B (normalisierte Darstellung) [PL09]

### 3 Kugelflächenfunktionen

Für die sphärische Beschreibbarkeit eines Schallfeldes würde ein kontinuierliches Mikrofonarray notwendig sein, was technisch zwar möglich, jedoch sehr aufwändig zu realisieren ist und die finanziellen Mitteln einer nicht gewinnorientierten Forschungseinrichtung sprengen würde.

Wir verfolgen hier den Ansatz, das im Winkel kontinuierliche Abstrahlungsmuster anhand einer endlichen Zahl von winkeldiskreten Mikrofonen abschätzen zu können. Hierfür wird die Hyperinterpolation verwendet, eine besondere Form der Zerlegung in Kugelflächenfunktionen bzw. *Spherical Harmonics*.

#### 3.1 Kugelflächenfunktionen

„Die Kugelflächenfunktionen sind ein Satz von Eigenfunktionen des Winkelanteils des Laplace-Operators.“ [LP]

Diese Lösungen sind sphärische Funktionen und werden wie folgt berechnet:

$$Y_n^m(\phi, \theta) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_n^m(\cos \phi) e^{jm\phi}. \quad (1)$$

$P_n^m$  sind zugeordnete Legendre-Polynomen. Es ergeben sich für eine Ordnung  $N$   $(N+1)^2$  Kugelflächenfunktionen. Abbildung 2 zeigt diese für  $N = 2$ . Der Betrag ist als Radius und die Phase in Farbe kodiert dargestellt.

Der Schalldruck in einem diskreten Punkt auf einer Kugeloberfläche (mit fixem Radius) kann als eine Summe von mit  $\gamma_N$  gewichteten Kugelflächenbasisfunktionen dargestellt werden

$$p(\phi, \theta) = \mathbf{y}_N(\phi, \theta)^T \boldsymbol{\gamma}_N, \quad (2)$$

mit

$$\mathbf{y}_N(\phi, \theta)^T = [Y_0^0(\phi, \theta) \ Y_1^{-1}(\phi, \theta) \ Y_1^0(\phi, \theta) \ Y_1^1(\phi, \theta) \ \dots \ Y_N^N(\phi, \theta)]. \quad (3)$$

Für  $L$  Mikrofonpositionen können die Vektoren mit den Kugelflächenfunktionen  $\mathbf{y}_N$  als Matrix  $\mathbf{Y}_N$  geschrieben werden. Die Expansionskoeffizienten  $\boldsymbol{\gamma}_N$  bleiben für alle Positionen gleich und hängen nur vom Abtast-/Beobachtungszeitpunkt ab.

Wir nehmen an, dass sich die  $L$  winkeldiskreten Beobachtungen des Schalldruckes in Vektorschreibweise

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p(\phi_1, \theta_1) \\ \vdots \\ p(\phi_L, \theta_L) \end{bmatrix} \quad (4)$$

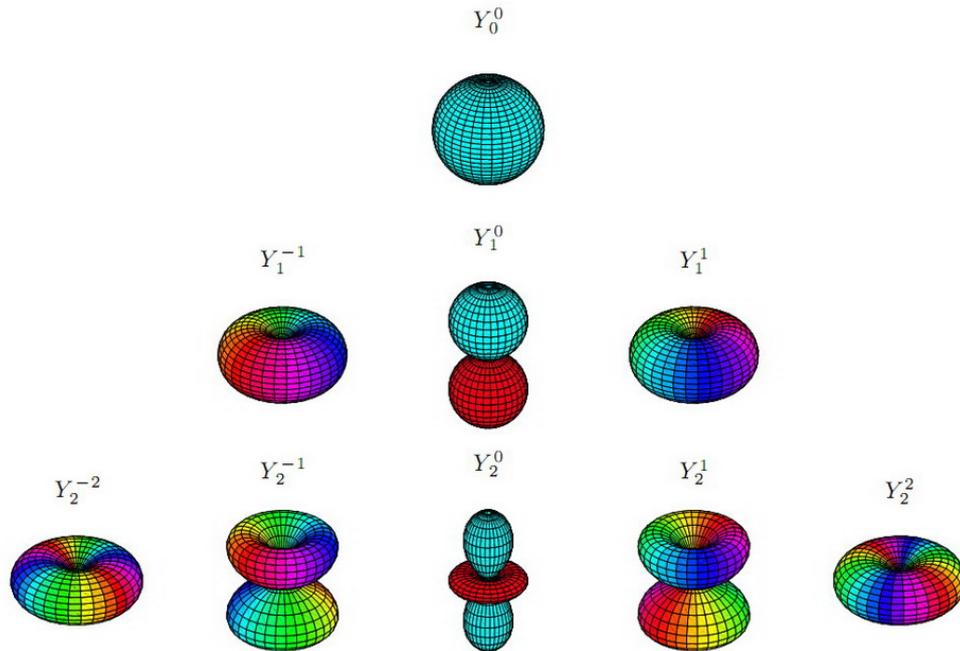


Abbildung 2: Kugelflächenbasisfunktionen [Pol07]

aus den winkeldiskreten Kugelharmonischen bis zur Ordnung  $N$

$$\mathbf{Y}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_N(\phi_1, \theta_1)^T \\ \vdots \\ \mathbf{y}_N(\phi_L, \theta_L)^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

in Abhängigkeit von  $\gamma_N$  ergeben

$$\mathbf{p} = \mathbf{Y}_N \gamma_N. \quad (6)$$

Das inverse Gleichungssystem beschreibt, wie aus Messdaten des Schalldruckes an allen Messpunkten ( $L$  Mikrofonsignale) die Expansionskoeffizienten berechnet werden:

$$\gamma_N = \mathbf{Y}_N^{-1} \mathbf{p}. \quad (7)$$

Anhand der berechneten Koeffizienten kann nun der Schalldruck an jedem kontinuierlichen Punkt berechnet (interpoliert) werden:

$$\hat{p}(\phi, \theta) = \mathbf{y}_N(\phi, \theta)^T \gamma_N \quad (8)$$

## 3.2 Inversion der Matrix

Bei der Inversion einer Matrix, wie in Gl. (7), gibt es einiges zu beachten: Nicht jede Matrix ist invertierbar und nicht jede invertierbare Matrix ist in Bezug auf die Genauigkeit gleich gut invertierbar.

Dies wird durch die sogenannte Konditionszahl ausgedrückt, die sich aus dem Verhältnis des maximalen zu minimalen Eigenwertes bzw. Singulärwertes berechnet:

$$C = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}. \quad (9)$$

Je kleiner die Konditionszahl, desto genauer kann die inverse Matrix berechnet werden.

Die Konditionszahl ist nun abhängig von der geometrischen Anordnung der Messpunkte auf der Kugeloberfläche. Da eine geometrisch regelmäßige Anordnung nur den wenigen platonischen Körpern vorenthalten ist (4,6,8,12 oder 20 Punkte), aber eine höhere Auflösung angestrebt wird, wurde für die Realisierung der Mikrofonkugel des IEM (Abschnitt 3.3) eine bezüglich der Konditionszahl optimale Anordnung von Rob Womersley [Wom07] verwendet.

Obwohl es auch andere Anordnungen mit  $> 20$  Punkten auf einer Kugel gibt, wollen wir so wenig Mikrofone wie nötig einsetzen, um eine gute Zerlegbarkeit der Messwerte zu bekommen. Daher verwenden wir die extremalen Punkte für die Hyperinterpolation, die mit  $L = (N + 1)^2$  Messpunkten und einer niedrigen Konditionszahl beides erreichen.

## 3.3 Mikrofonkugel des IEM

Am IEM wurde 2009 im Zuge der Diplomarbeit von Fabian Hohl [Hoh09] ein Mikrofonarray mit 2.7m Durchmesser und 64 Mikrofonen konstruiert (*Abbildung 3*).

Diese Kugel wurde auch für dieses Seminar verwendet und neben eigenen Aufnahmen konnte auf die von Fabian Hohl aufgenommenen Daten zurückgegriffen werden.

# 4 Echtzeit-Klangdemonstration in Pure Data

Für eine auditorische Auswertung des sphärischen Klangbildes eines Instrumentes wurde ein Programm erstellt, welche es dem Betrachter/Zuhörer ermöglicht, sich auf einer Kugeloberfläche frei zu bewegen und gleichzeitig den Klang an dieser Position zu hören.

Für die Realisierung haben wir die Programmiersprache *Pure Data*<sup>1</sup> eingesetzt, welche über für den Audiobereich vorgefertigte Echtzeitmodule besitzt, die über visuelle Programmierung miteinander verbunden werden.

Da diverse Matrix-Operationen für die Berechnung notwendig sind, wurde die externe

---

1. <http://pd.iem.at/>



Abbildung 3: Mikrofonkugelarray des IEM [Hoh09]

Bibliothek *iemmatrix*<sup>2</sup> verwendet. Für die grafische Ausgabe wurde die auf *OpenGL*<sup>3</sup> basierende Bibliothek *Gem*<sup>4</sup> verwendet.

Abbildung 4 zeigt ein Blockdiagramm der Implementation in Pure Data.

Für die Kalibrierung wurde vor der Aufnahme jedes Mikrofon mit meinem Kalibrator angeregt und die Differenz auf 0db in eine Datei geschrieben.

Ein Screenshot der fertigen Programmausgabe ist in Abbildung 5 zu sehen:

Es wurde weiters ein Demonstrationsvideo erstellt, welches über das *internet archiv für elektronische musik*<sup>5</sup> zu finden ist.

---

2. <http://pure-data.cvs.sourceforge.net/pure-data/externals/iem/iemmatrix/>

3. <http://www.opengl.org/>

4. <http://gem.iem.at/>

5. <http://iaem.at/>

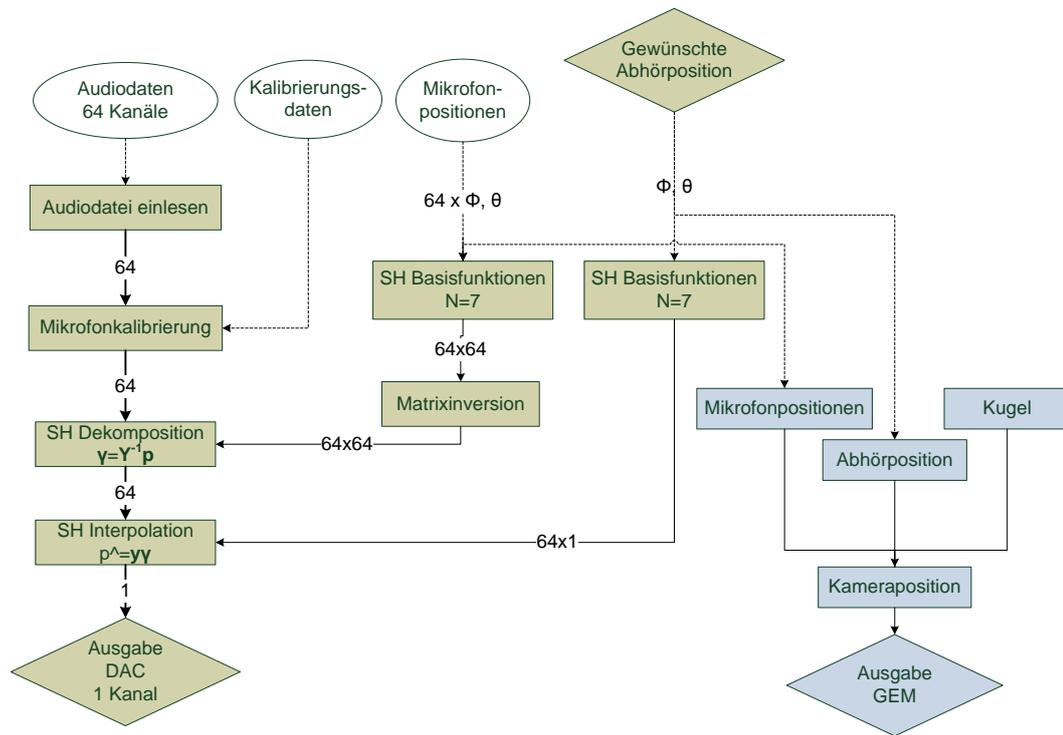


Abbildung 4: Blockdiagramm der Realisierung in Pure Data

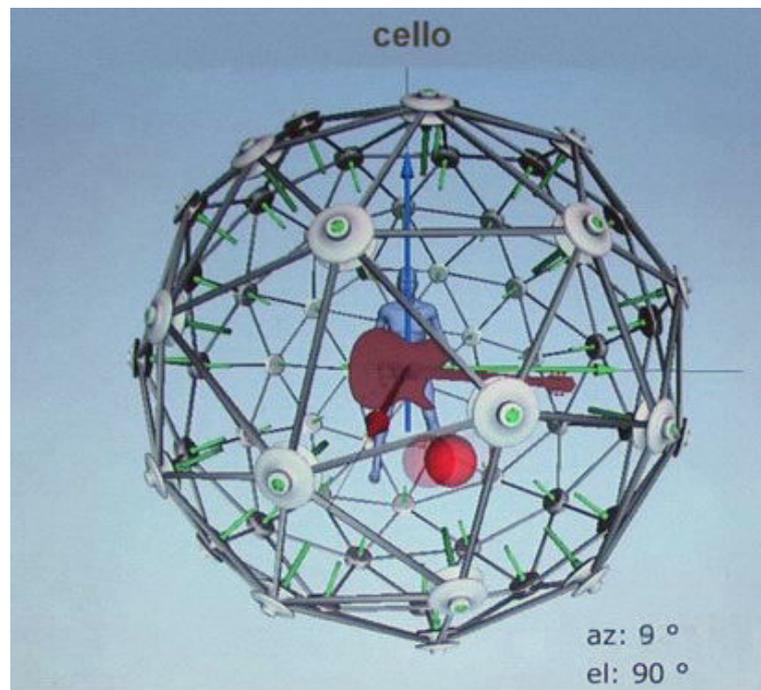


Abbildung 5: Screenshot der Realisierung in Pure Data

## 5 Ergebnisse der grafischen Auswertung

Die Darstellungsform von Lokki und Pätynen (Abschnitt 2.2) wurde von uns adaptiert, wobei nicht nur fünf fixe Messpositionen pro Elevationswinkel zur Verwendung kamen, sondern es wurden mittels Interpolation über Kugelflächenfunktionen 100 Messpunkte berechnet. In Abbildung 6 ist das Abstrahlverhalten einer Trompete in B dargestellt. Bei dieser Darstellung handelt es sich um einen Einzelton mit 277 Hz (*cis''''*) in *mf* im eingeschwingenen Zustand. Gut zu erkennen ist, dass bei einem Elevationswinkel von 53° fast keine Richtwirkung vorhanden ist. Bewegt man sich in Richtung Trichterachse der Trompete, wird die Bündelung besonders im oberen Frequenzbereich stärker.

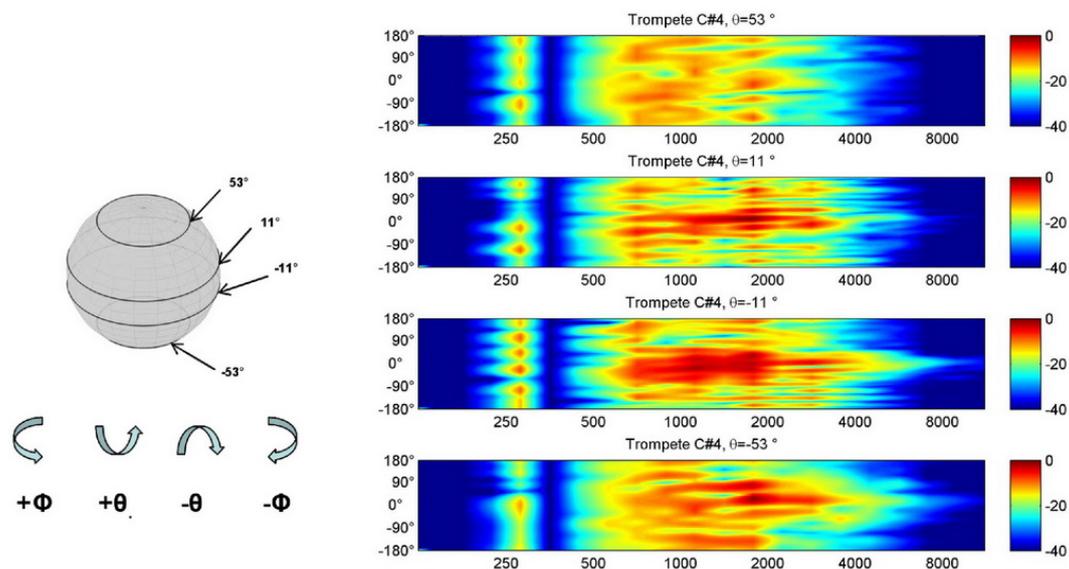


Abbildung 6: Trompete in B. Auswertung mit Terzbandfilter

Um den ganzen Frequenzbereich der Trompete ( $f-d'''$ ) zu erhalten, wurde die Aufnahme einer chromatische Tonleiter ( $f-b''$ ) für die Darstellung verwendet. Pro Elevationswinkel wurde die Grafik auf 0 dB normalisiert.

In Abbildung 7 erkennt man bei einem Elevationswinkel von 53° keine Richtwirkung. Bis ca. 700 Hz ist in allen vier Grafiken (53°, 11°, -11°, -53°) kaum eine Richtwirkung vorhanden, erst ab ca. 1500 Hz kommt es zu einer Bündelung in Richtung Trichterachse. Dies ist am stärksten bei einem Elevationswinkel von -11° erkennbar. Im Bereich um ca. 1200 Hz und 2000 Hz kommt es zu einer Überhöhung des Schalldruckpegels, was auf die sehr gut ausgeprägten Formantbereiche der Trompete zurückzuführen ist (siehe Abschnitt 6).

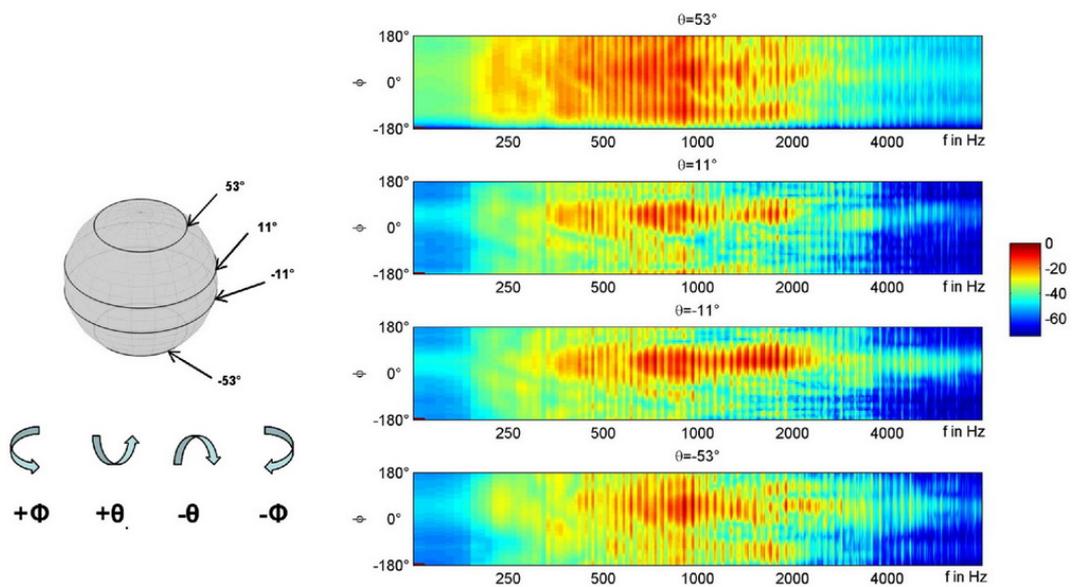


Abbildung 7: Trompete in B. Auswertung ohne Terzbandfilter

## 6 Vergleich der grafischen Ergebnisse mit der vorhandenen Literatur

Die Trompete in B funktioniert nach dem Prinzip einer gedeckten Polsterpfeife (Kesselmundstück bildet mit der Lippe einen Polster) und ist in zylindrischer Form ausgeführt. Diese Bauform würde eigentlich nur ungerade Teiltöne erzeugen, aber durch den Schalltrichter wird die Wellenlänge der tiefen Frequenzen stärker verkürzt als die Wellenlänge der höheren, dadurch werden auch die geraden Teiltöne der Trompete angeregt. Der Hauptformant (Abbildung 8) liegt ca. bei 1200 Hz (Vokalfarbe *a*) was der Trompete den kräftigen Klang verleiht. Die zwei Nebenformanten liegen bei ca. 2500 Hz (*e*) und 3000 Hz (*i*) und sind für eine Aufhellung des Klangs verantwortlich.

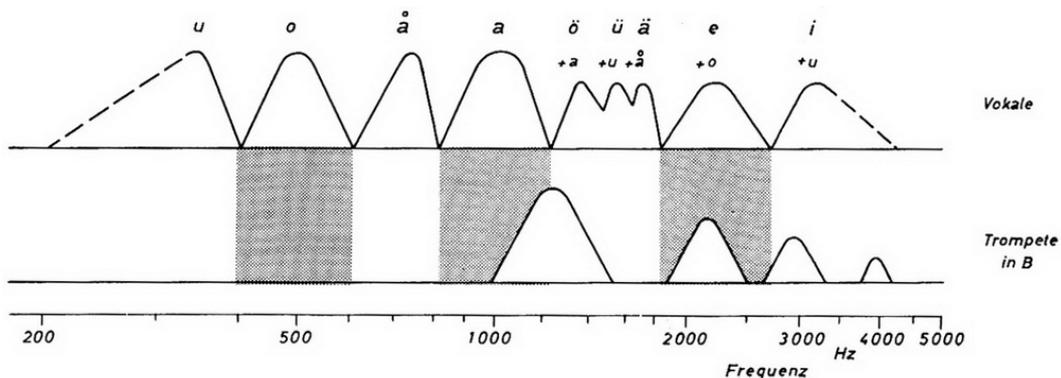


Abbildung 8: Schematische Darstellung der Formantlage der Trompete in B

### 6.1 Vergleich mit Jürgen Meyer

Jürgen Meyer [Mey72] hat seine Ergebnisse des Abstrahlungsverhaltens (Abbildung 9) als zwei Schnitte (horizontal, vertikal) in verschiedenen Frequenzbereichen dargestellt.

Bei den tiefen Frequenzen kommt es zu einer gleichmäßigen Abstrahlung in Richtung der Trichterachse, was etwa der Form einer Halbkugel entspricht. Bei ca. 800 Hz entspricht die Form des Abstrahlungsverhaltens einer Kugel. Ab ca. 1000 Hz kommt es bei hohen Frequenzen wieder zu einer stärkeren Schallbündelung.

### 6.2 Vergleich mit Jukka Pätynen und Tapio Lokki

Abbildung 1 zeigt das Abstrahlverhalten einer Trompete in B. Es wurde hier eine Mittelung über die Einzelöne eines A-Dur Akkordes von *a* bis *a''* vorgenommen. Es wurde jedes der verwendeten Terzbänder auf 0 dB normalisiert.

Das gesamte Abstrahlungsmuster ist symmetrisch entlang der Trichterachse. In den unteren Frequenzbereich ist kaum eine Richtwirkung zu erkennen, erst ab 1000 Hz kommt

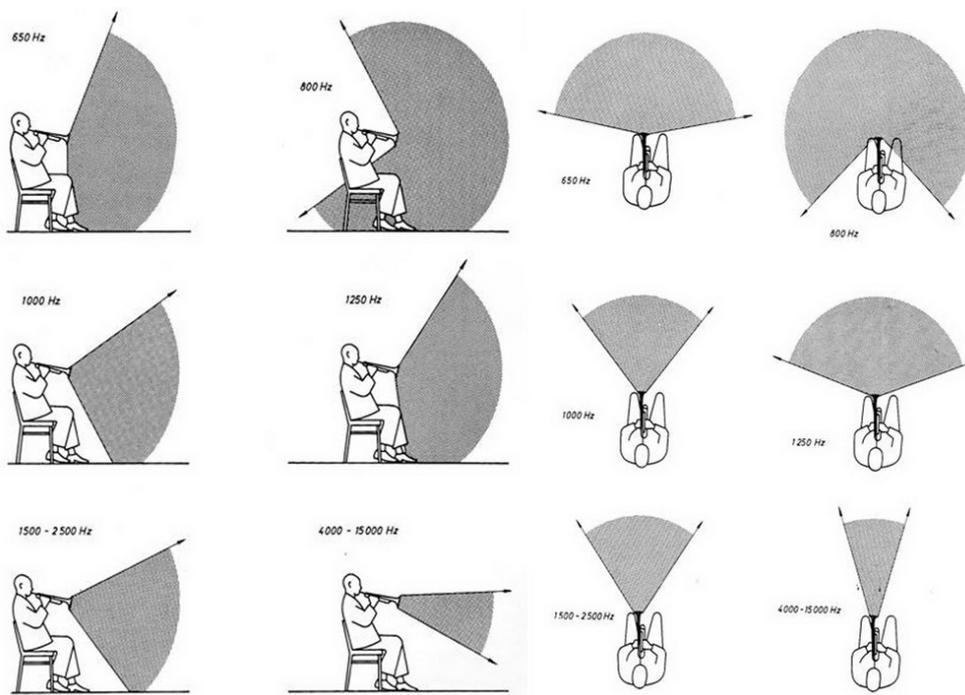


Abbildung 9: Abstrahlungsverhalten der Trompete

es zu einer Bündelung in Richtung der Instrumentenachse. Um 500 Hz ist ein Gebiet eines höheren Schalldruckpegels in der vorderen Halbkugel zu erkennen.

## 7 Schlussfolgerungen

Ein direkter Vergleich unserer Ergebnisse mit denen der Referenzliteratur wird erschwert durch den Umstand, dass Auswertungsmethoden an die jeweiligen Messdaten angepasst wurden, um verwendbare Ergebnisse in Form von Grafiken zu erhalten.

Die objektive Bewertung des Klangbildes eines akustischen Instrumentes, ohne den Umweg über eine graphische Interpretation der Daten, wird zum ersten Mal im Zuge dieses Seminars mit Hilfe der Hyperinterpolation möglich gemacht, wobei auch interaktiv die gewünschte Abhörposition vom Zuhörer bestimmt werden kann.

Obwohl anfangs aufgrund der Interpolation verschiedene Artefakte im interpolierten Material erwartet wurden, fiel das Ergebnis recht verzerrungsarm aus, die Instrumente klingen an allen Positionen sehr natürlich.

Für einen aussagekräftigen Vergleich mit bisherigen Ergebnissen aus der Literatur müssten noch weitere Instrumente aufgenommen und ausgewertet werden. Wir haben als Beispielinstrument die Trompete gewählt, da sie ein eindeutig nachvollziehbares Abstrahlverhalten aufweist. Im Falle der Trompete stimmen unsere Ergebnisse mit denen von Pätynen, Lokki, Pollow und Meyer überein.

### 7.1 Ausblick

Mit einer entsprechend großen Instrumentenbibliothek kann dem angehenden Toningenieur/Tonmeister ein Werkzeug in die Hand gelegt werden, mit dem die Klangcharakteristik virtuell und in vollem "sphärischen Klangumfang" nicht nur theoretisch, sondern auch anhand eines wirklich gespielten Stückes zugänglich gemacht werden.

## Literatur

- [Hoh09] F. Hohl, "Kugelmikrofonarray zur Abstrahlungsvermessung von Musikinstrumenten," Master's thesis, Universität für Musik und darstellende Kunst Graz, Austria, 2009.
- [LP] LP, "Physik IV: Quantenphysik, Atom- und Molekülphysik." [Online]. Available: <http://lp.uni-goettingen.de/get/text/1793>
- [Mey72] J. Meyer, *Akustik und musikalische Aufführungspraxis*. Das Musikinstrument Frankfurt am Main, 1972.
- [PL09] J. Pätynen and T. Lokki, "Directivities of symphony orchestra instruments," Helsinki University of Technology, Department of Media Technology, Tech. Rep., 2009.
- [Pol07] M. Pollow, "Variable directivity of dodecahedron loudspeakers," Thesis, Institut für Technische Akustik, RWTH-Aachen, Aachen, D, 2007.
- [Wom07] R. Womersley, "Interpolation and Cubature on the Sphere," 2007. [Online]. Available: <http://web.maths.unsw.edu.au/~rsw/Sphere/>