

# Räumliche Klangwiedergabe

## Algorithmen in Akustik und Computermusik 2 SE+UE

13.10.2008

DI Franz Zotter



**Institut für Elektronische Musik und Akustik**  
**Universität für Musik und Darstellende Kunst, Graz**



**UNIVERSITÄT**  
FÜR MUSIK UND  
DARSTELLENDEN KUNST  
GRAZ - AUSTRIA

# Durchführung SE+UE (3SWS) je 2 Personen/Thema

- Theoretische Auseinandersetzung mit einem Thema (Sinn erfassende Lektüre)
- Praktische Auseinandersetzung damit (Simulation/Experiment)
- Seminararbeit (~30Seiten)
- Seminarvortrag (45min) und kritische Diskussion (30min)

Bitte individuelle Betreuungstermine vereinbaren+nützen !!

# Terminliste

## 12-13:15

- 06.10. Vorbesprechung
- 13.10. Einführungsvertrag.
- 20.10. Einf. WFS+Hörve.
- 27.10. (freier Termin1)
- 03.11. Koller Distanzcodierung
- 10.11. (freier Termin3)
- 17.11. (freier Termin4)
- 24.11. Falkensteiner VBAP
- 01.12. Banihashemi: Kugelmikrofonarray
- 15.12. Köbler, Zaar: Ikosaederlautsprecher
- 12.01. Preis, Jäger: Wellenfeld f. CUBE
- 19.01. Schörkhuber, Zaunschirm: Variabler Sweetspot
- 26.01. Kroher, Hollomey: eigene HRTFs



# Einführungsthemen

<http://iem.at/Members/zotter>

1. Theorie zu kugelförmigen Aufgabenstellungen  
(Kugelmikrofone, Kugellautsprecher, Ambisonics)
2. Einleitung in die Wellenfeldsynthese
3. Hörversuche zur räumlichen Klangwiedergabe

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

**Helmholtz-Gleichung (im Frequenzbereich)  
in kartesischen Koordinaten:**

$$(k^2 + \Delta) p = 0, \text{ mit}$$

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

# Koordinatensysteme

<http://iem.at/Members/zotter>

**Kartesische Koordinaten sind gut geeignet:**

**Wenn die Randbedingungen sich als Ebenen beschreiben lassen**

- Kugelkoordinaten sind für rundum Abstrahlungs/Einstrahlungsbetrachtung interessanter! – dafür komplizierter Lösungsweg.

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

## Laplace-Operator in Kugelkoordinaten:

$$\Delta_{r,\varphi,\vartheta} p = \frac{1}{D} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{D}{\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \right|^2} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{D}{\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} \right|^2} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \frac{D}{\left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \vartheta} \right|^2} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) \right]$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \sin(\vartheta) \\ \sin(\varphi) \sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \end{pmatrix} \quad D = \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \right| \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} \right| \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial \vartheta} \right|$$

$$\Delta_{r,\varphi,\vartheta} p = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}$$

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

## Laplace-Operator in Kugelkoordinaten:

$$\Delta_{r,\varphi,\vartheta} p = \frac{1}{D} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{D}{|\frac{\partial \vec{r}}{\partial r}|^2} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{D}{|\frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi}|^2} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \frac{D}{|\frac{\partial \vec{r}}{\partial \vartheta}|^2} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) \right]$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \sin(\vartheta) \\ \sin(\varphi) \sin(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \end{pmatrix} \quad D = \left| \frac{\vec{r}}{\partial r} \right| \left| \frac{\vec{r}}{\partial \varphi} \right| \left| \frac{\vec{r}}{\partial \vartheta} \right|$$

$$\Delta_{r,\varphi,\vartheta} p = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}$$

**Wellengleichung – Hurra, zum Glück gibt es seit vielen Jahrhunderten MathematikerInnen:**

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + k^2 p = 0$$

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

**Separationsansatz - Dieser Ausdruck soll Gleichung  
vollständig Lösen:**

$$p = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot \Pi_n(r) \Theta_n^m(\vartheta) \Phi^m(\varphi)$$

**für**  $\left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + k^2 p = 0 \right\}$

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

**Separationsansatz - Dieser Ausdruck soll Gleichung vollständig Lösen:**

$$p = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot \Pi_n(r) \Theta_n^m(\vartheta) \Phi^m(\varphi)$$

$$\left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + k^2 p = 0 \right\}$$

***Basislösungen:***

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \dots \text{Wellenzahl}$$

***Einlaufende Wellen***

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) P_n^m(\cos(\vartheta)) \cdot e^{im\varphi}$$

***Auslaufende Wellen***

$$p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) P_n^m(\cos(\vartheta)) \cdot e^{im\varphi}$$

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

**Separationsansatz - Dieser Ausdruck soll Gleichung vollständig Lösen:**

$$p = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot \Pi_n(r) \Theta_n^m(\vartheta) \Phi^m(\varphi)$$

$$\left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin(\vartheta) \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\vartheta)} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} + k^2 p = 0 \right\}$$

***Basislösungen:***

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \dots \text{Wellenzahl}$$

***Einlaufende Wellen***  
(stehende Wellen)

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

***Auslaufende Wellen***  
(fortpflanzende Wellen)

$$p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

## Bestandteile:

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

$$p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

# Wellengleichung

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

## Bestandteile:

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

$$p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

## Partikulär-Koeffizienten der Basislösungen

(Fourier-Koeffizienten auf der Kugel, z.B. aus Randwertaufgabe)

# Wellengleichung

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

## Bestandteile:

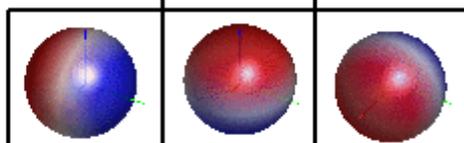
$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta) \quad m=0 \quad | \quad p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

## Kugelflächenfunktionen / spherical Harmonics

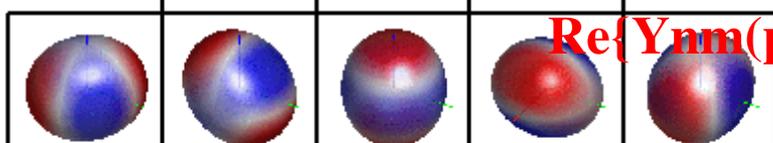
n=0



n=1

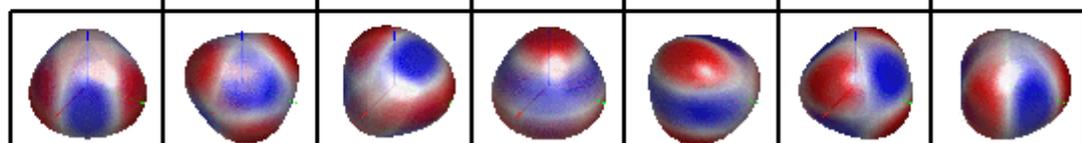


n=2

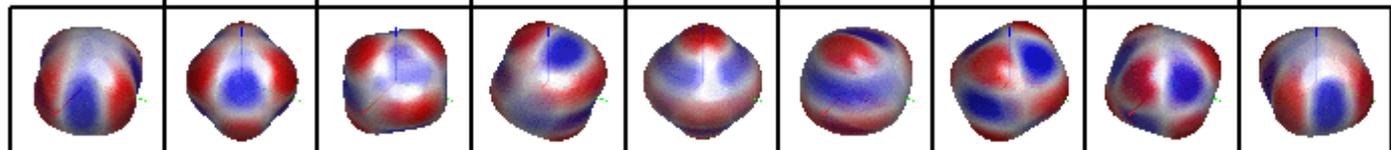


$\text{Re}\{Y_{nm}(\varphi, \vartheta) \cdot e^{i\omega t}\}$

n=3



n=4



# Wellengleichung

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

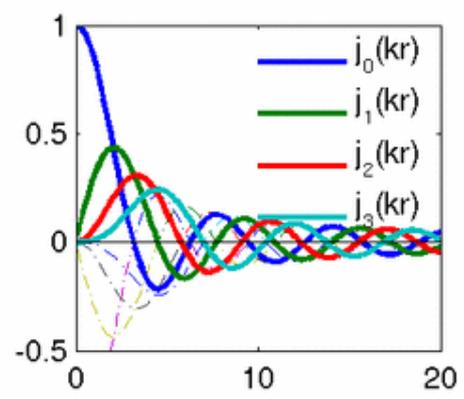
## Bestandteile:

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

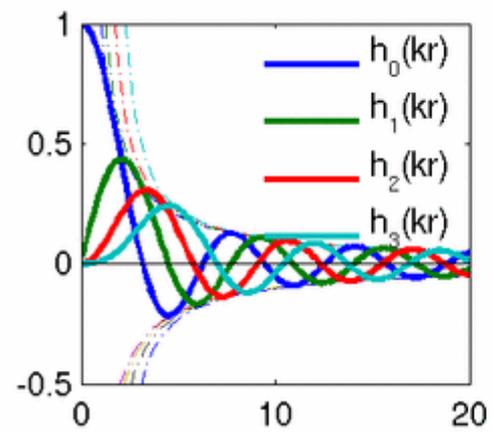
$$p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

## Sphärische Bessel / Hankelfunktionen

$\text{Re}\{j_n(kr) \cdot e^{i\omega t}\}$



$\text{Re}\{h_n(kr) \cdot e^{i\omega t}\}$



# Wellengleichung

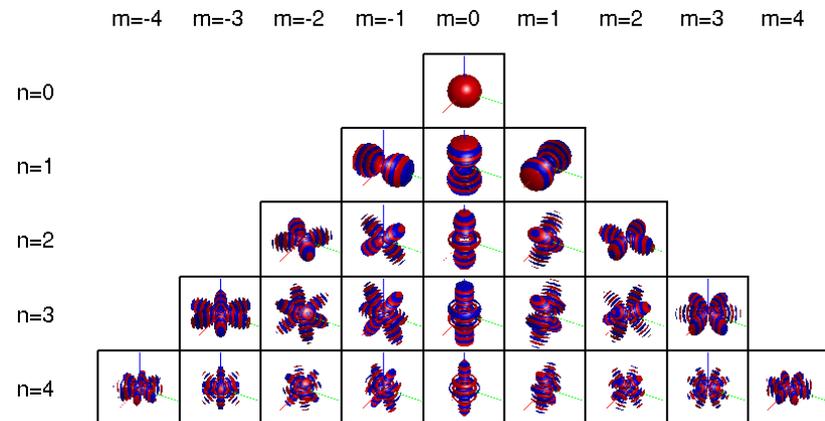
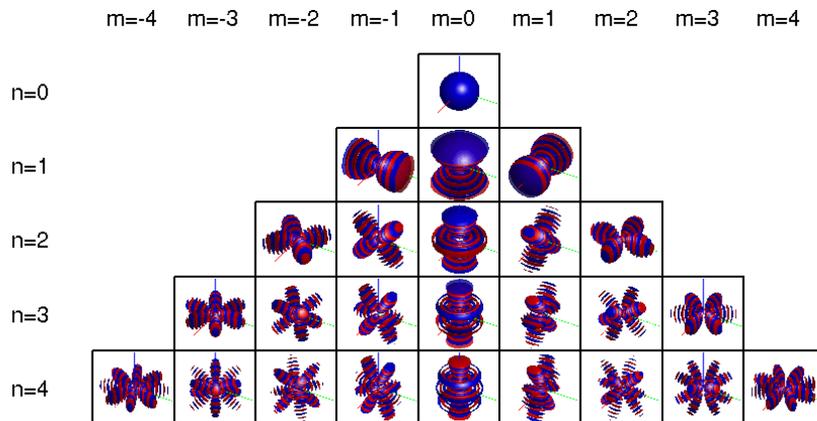
animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

## Bestandteile:

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

$$p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

## Sphärische Basislösungen



# Wellengleichung

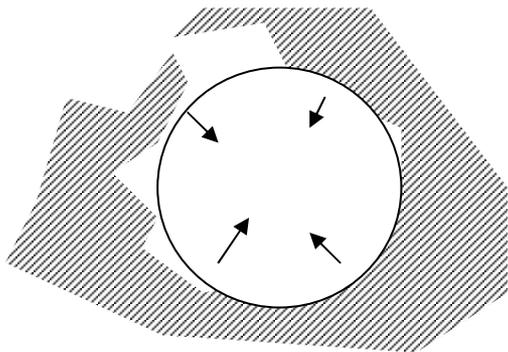
<http://iem.at/Members/zotter>

## Innere Randwertprobleme (1):

$$b_n^m \cdot j_n(kr_0) = \iint_{\mathbb{S}^2} p(\varphi, \vartheta)|_{r_0} \cdot Y_n^{-m}(\varphi, \vartheta) \cdot d\Omega$$

**Einlaufende Wellen**

$$p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) \cdot Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$



Quellen und Hindernisse außerhalb  $r_0$   
Berechnung / Erzeugung des freien  
Schallfeldes innerhalb

*(Higher-Order Ambisonics, offene Mikrofonarrays)*

# Wellengleichung

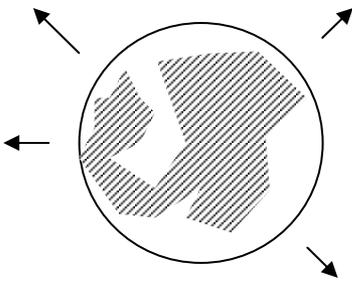
<http://iem.at/Members/zotter>

## Äußere Randwertprobleme (2):

$$c_n^m \cdot h_n(kr_0) = \iint_{\mathbb{S}^2} p(\varphi, \vartheta)|_{r_0} \cdot Y_n^{-m}(\varphi, \vartheta) \cdot d\Omega$$

**Auslaufende Wellen**

$$p_r = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) \cdot Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$



Quellen und Hindernisse innerhalb  $r_0$   
freies Schallfeld außerhalb

*(Abstrahlungsvermessung im schalltoten Raum,  
Wiedergabe von Schallabstrahlung)*

# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

## Gemischte Randwertaufgabe (3):

**Einlaufende Wellen**  $p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$

**Auslaufende Wellen**  $p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$

Quellen und Hindernisse innerhalb  $r_0$

Quellen und Hindernisse außerhalb  $r_1$

$$r_0 < r_1$$

freies Schallfeld dazwischen

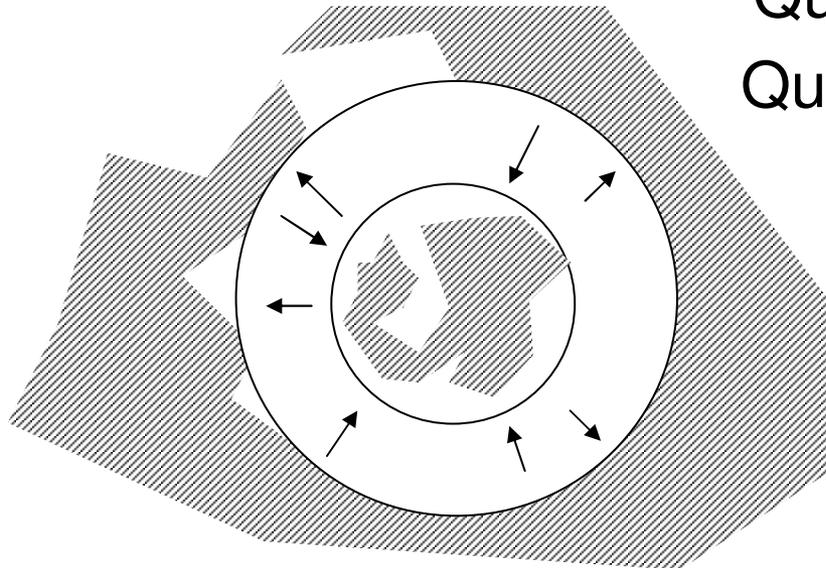
(Abstrahlungsvermessung mit

Reflexionsunterdrückung,

Weinreich&Arnold, 1980;

geschlossene Mikrofonarrays,

Meyer/Rafaely/Li/Petersen)



# Wellengleichung

<http://iem.at/Members/zotter>

## Geteilte Randwertaufgabe (4):

Einlaufende Wellen  $p_r = \sum_n \sum_m b_n^m \cdot j_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$

Auslaufende Wellen  $p_s = \sum_n \sum_m c_n^m \cdot h_n(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$

Quellen und Hindernisse außerhalb  $r_0$

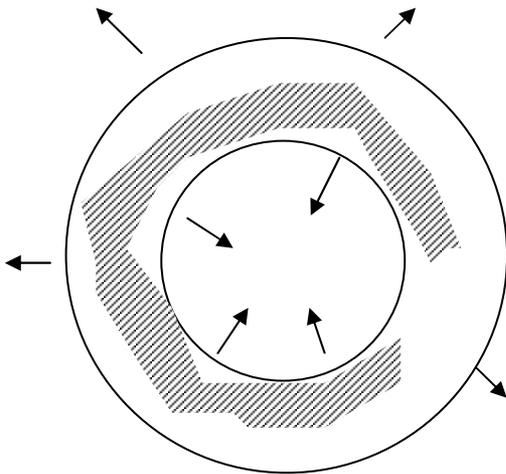
Quellen und Hindernisse innerhalb  $r_1$

$$r_0 < r_1$$

freies Schallfeld außen und innen

Getrennte Konvergenzbereiche

*(Zerlegung der Green'schen Funktion,  
Wechselwirkung in LS-Arrays)*



# In der Praxis

<http://iem.at/Members/zotter>

## Wie kann die Theorie angewendet werden?

1. Annahme begrenzter räumlicher Auflösung des Schalldruckes auf einer Kugel, d.h. niedriger SH Ordnung.
2. Diskretisierung/Abtastung der Kugeloberfläche mit Lautsprechern/Mikrofonen.
3. Zerlegung der diskreten Abtastpunkte in SH mit begrenzter Ordnung

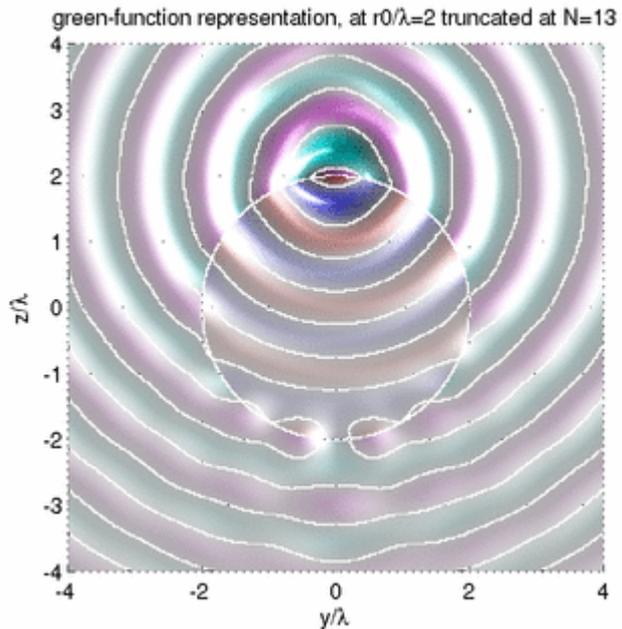
# Wellengleichung

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

## Beispiele:

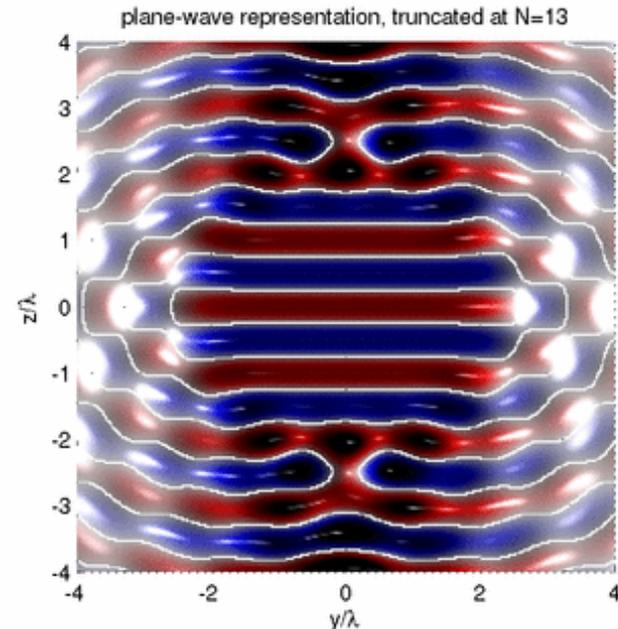
### Green'sche Funktion

(einlaufend und auslaufend)



### Ebene Welle

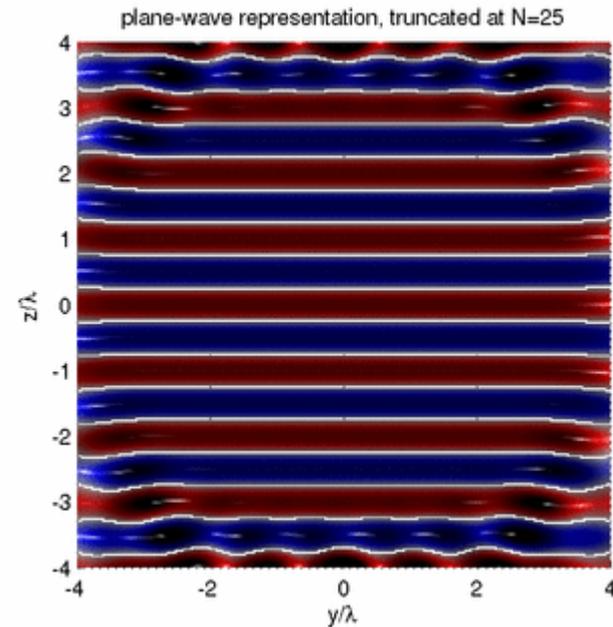
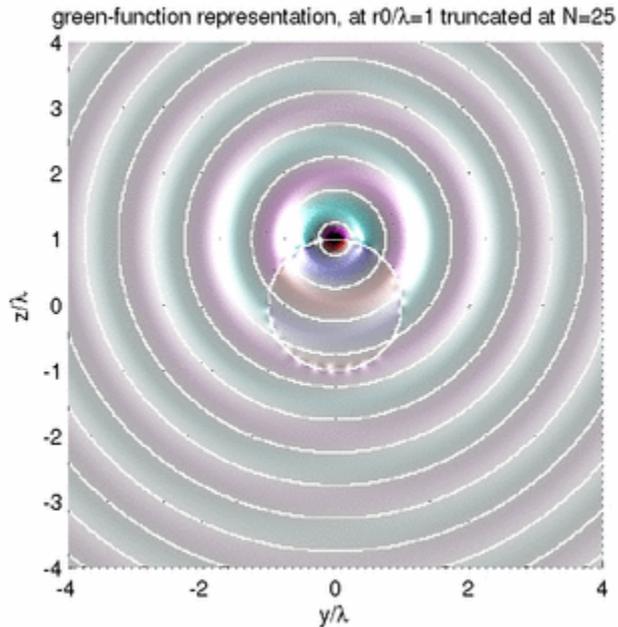
(einlaufend)



# Endliche Harmonische Reihe auf der Kugel

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

$N=25$

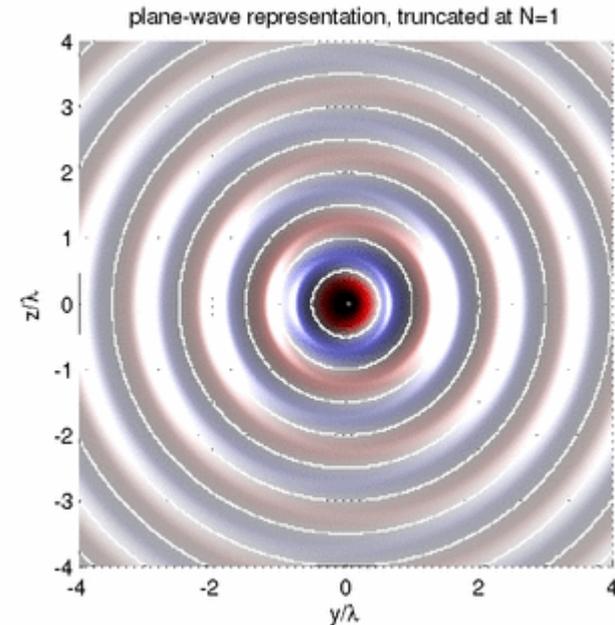
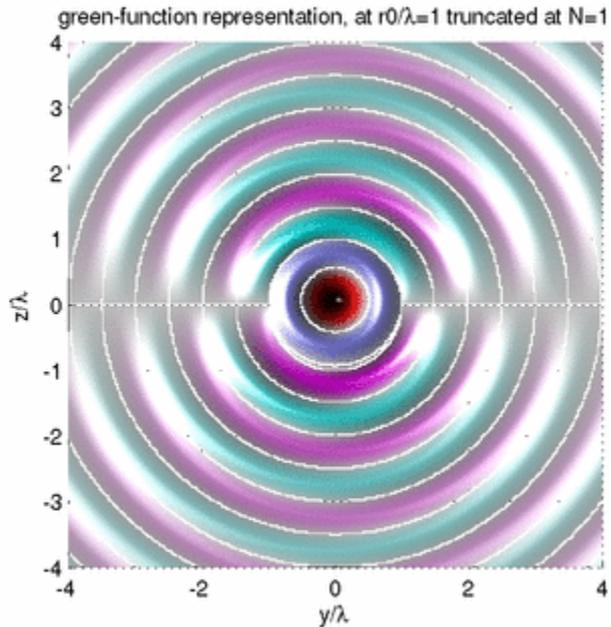




# Endliche Harmonische Reihe auf der Kugel

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

$N=1$

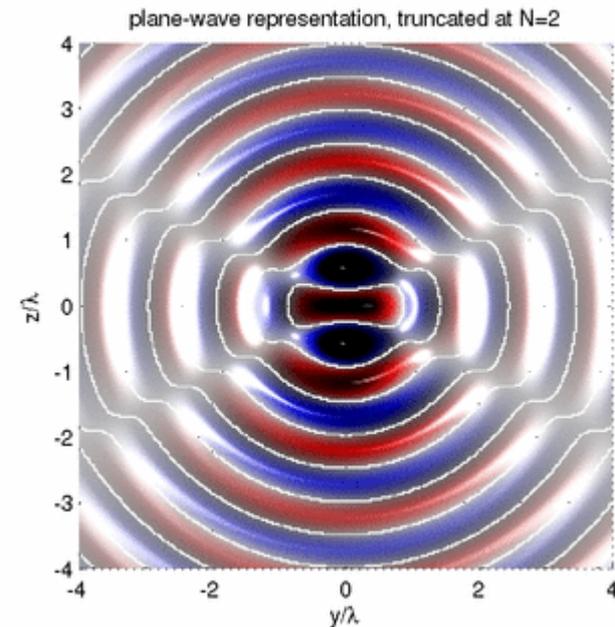
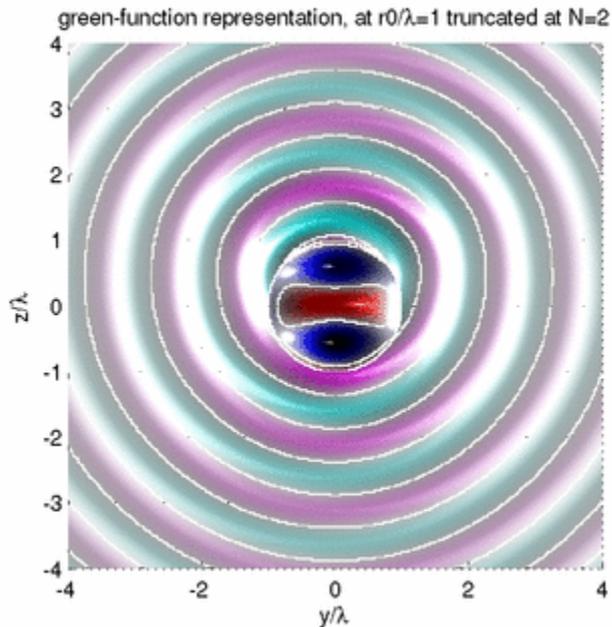




# Endliche Harmonische Reihe auf der Kugel

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

$N=2$

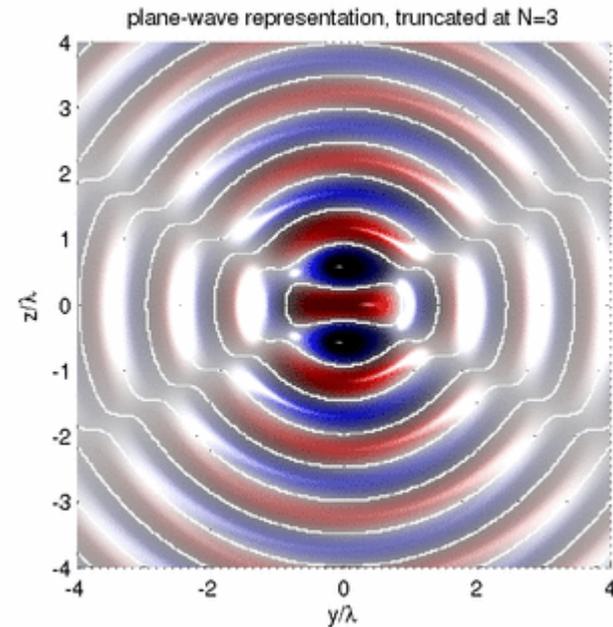
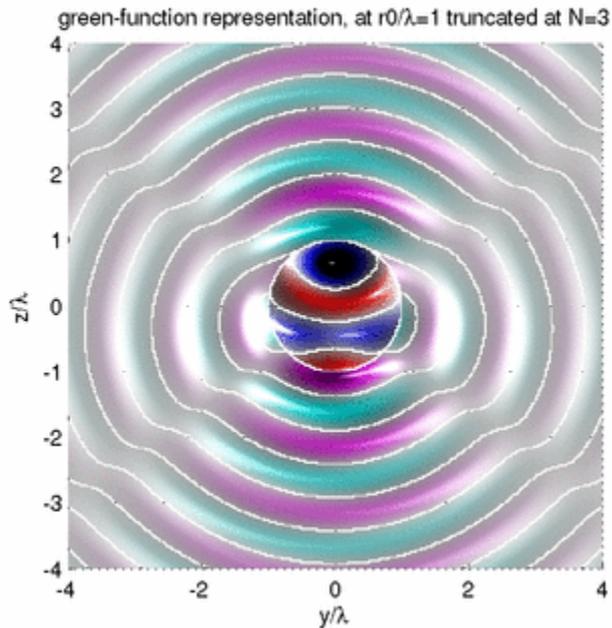




# Endliche Harmonische Reihe auf der Kugel

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

$N=3$

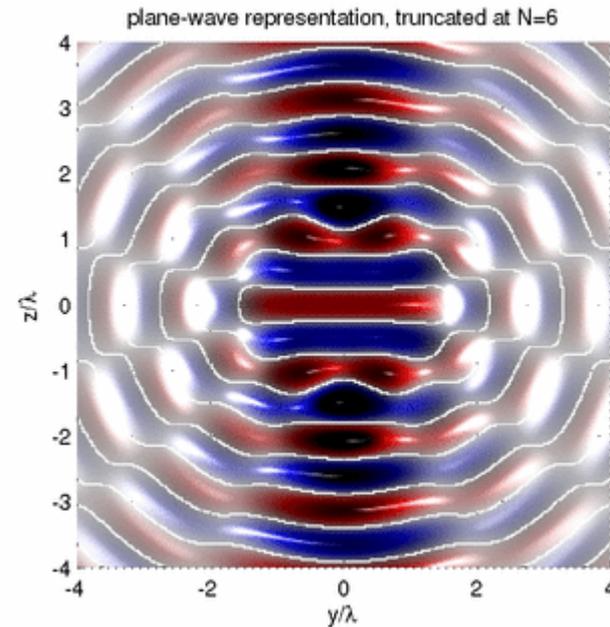
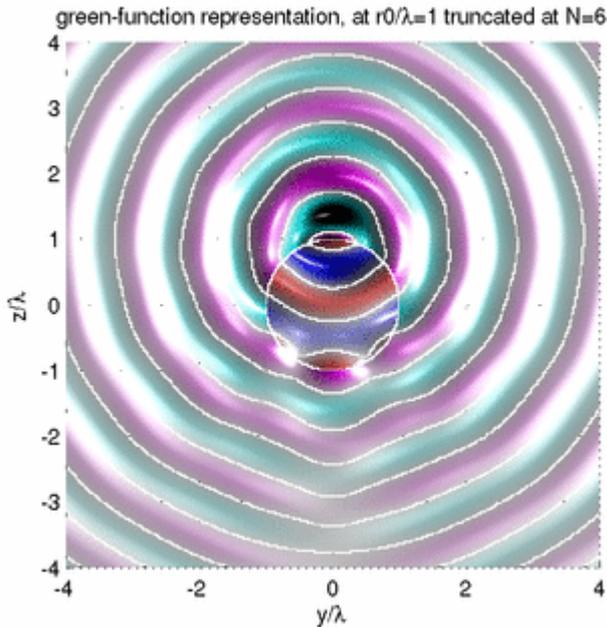


# Endliche Harmonische Reihe auf der Kugel

animierte Bilder auf  
<http://iem.at/Members/zotter>

$N=6$

- Offenbar gilt  $d/\lambda < N/3$





# Abtastung der Kugeloberfläche

örtliche Fourier-Trafo auf Kugel

<http://iem.at/Members/zotter>

Sinn und Zweck:

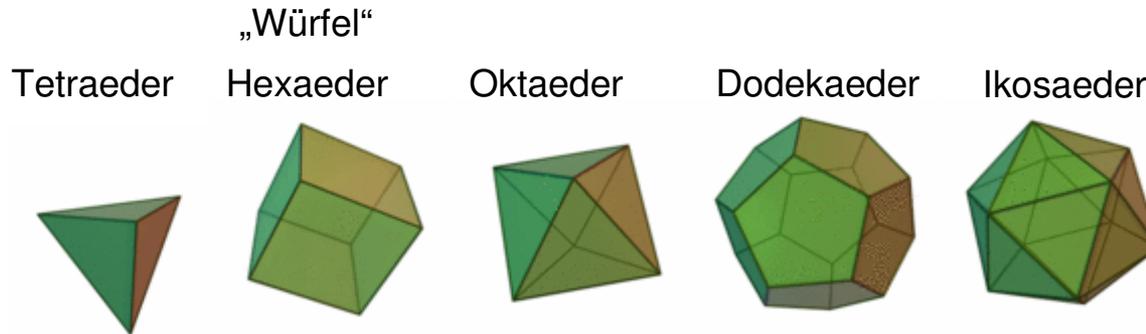
Fourier-Transformation (=Spherical Harmonics Zerlegung) auf der Kugel definiert eine **begrenzte Auflösung**

- Es gibt nur 5 streng regelmäßige Abtastungen (Platonische Körper: 4, 6, 8, 12, 20)
- Es gibt nicht viele regelmäßige Archimedische Körper (z.B. Bucky-Ball, 32)
- Orthogonales Sampling der spherical Harmonics im Allgemeinen schwierig.
- Länge/Breite-Rasterung: Gleichwinkelige Abtastung in Azimuth oder Elevation, oder Gauß-Quadratur

# Platonische Körper

<http://iem.at/Members/zotter>

(www.wikipedia.org)



$$(N+1)^2 = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, \dots$$

Platonische Körper

4, 6, 8, 12, 20

Orthogonal bis:

$N=1,1,1,2,2$

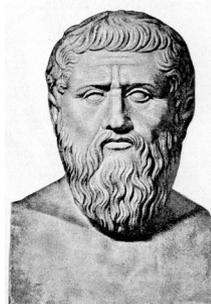
Least-Squares Inverse bis:

$N=1,1,1,2,3$

„monolithische  
Fotografie“

Platon

~ 400.v.Chr.

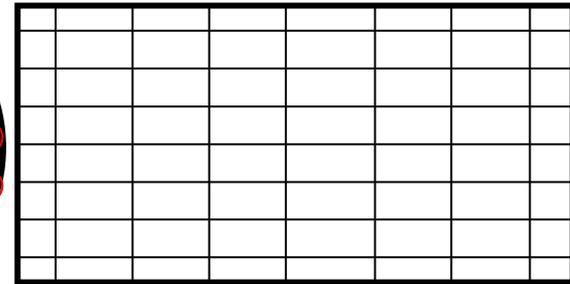
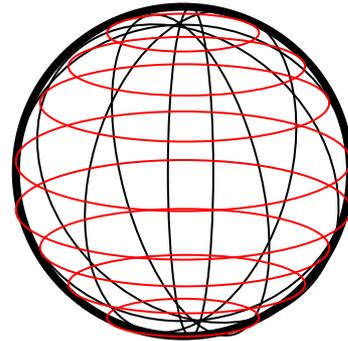


# Longitude-Latitude Sampling

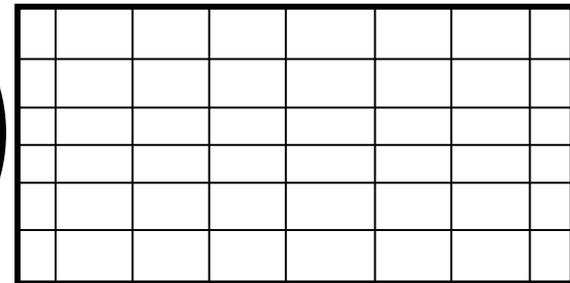
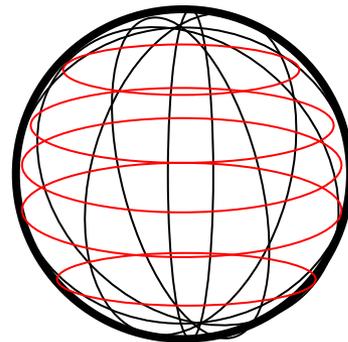
<http://iem.at/Members/zotter>

- $(N+1)^2$  bandbegrenzte Kugelflächenfunktionen

- Driscoll/Healy/Rockmore/Kostelec  
 $2N+1$  Punkte Azimut (Breite)  
 $2N+1$  Punkte Elevation (Länge)  
 $= (2N+1)^2$   
 - > etwa 4mal so viel wie nötig



- Gauß-Quadratur:  
 $2N+2$  Punkte Azimut (Breite)  
 $N+1$  Punkte Elevation (Länge),  
 Nullstellen des  $N+1$ . Ordnung  
 Legendre-Polynoms  
 $= (N+1)(2N+1)$   
 - > etwa 2mal so viel wie nötig



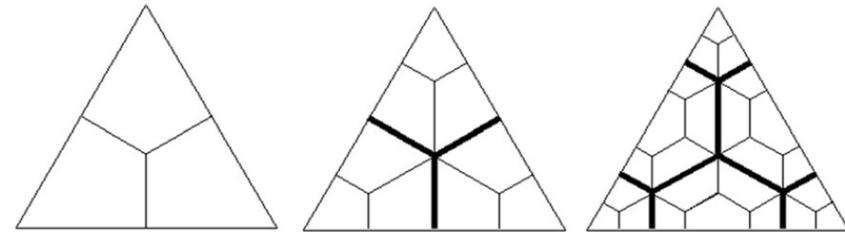
- Gewichtung

# Abtastung der Kugeloberfläche

örtliche Fourier-Trafo auf Kugel

<http://iem.at/Members/zotter>

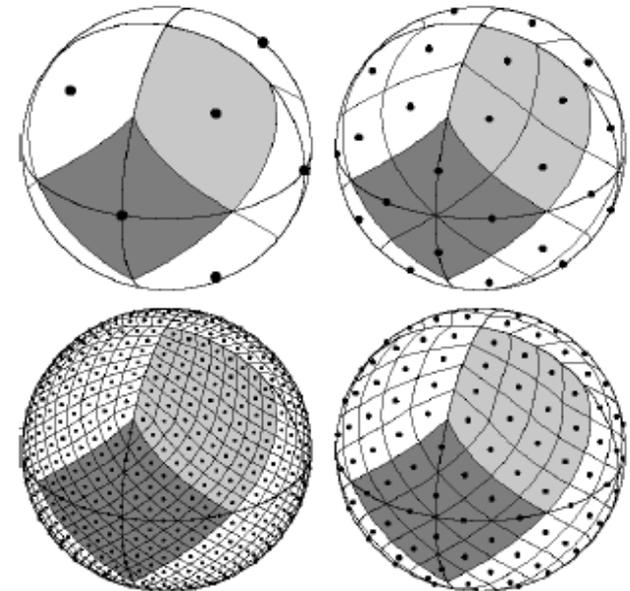
## Weitere Möglichkeiten



- geodätische Abtastung:  
Unterteilung platonischer  
Figuren (?)

[Geodesic Discrete Global Grid  
Systems, 2003, Sahr,  
Cartogr.Geo.Inf.Sc.]

[Gorsky HEALPIX, 2005]



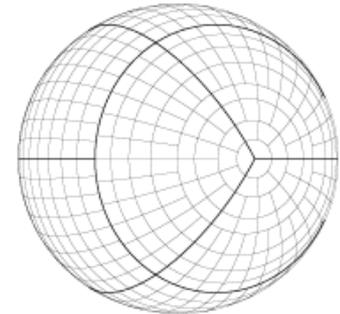
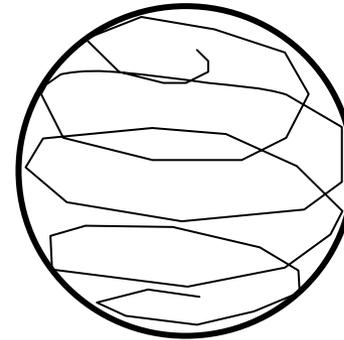
# Abtastung der Kugeloberfläche

örtliche Fourier-Trafo auf Kugel

<http://iem.at/Members/zotter>

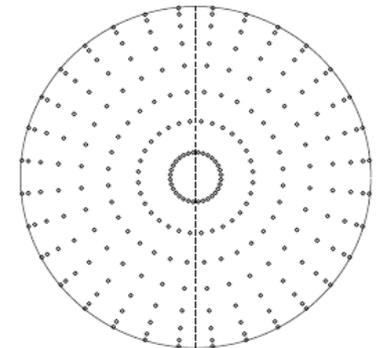
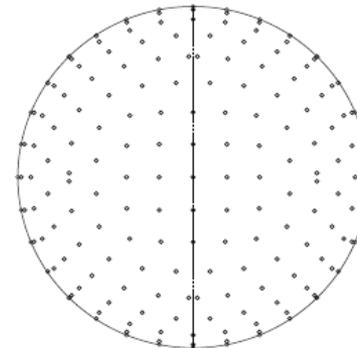
## Weitere Möglichkeiten

- Spiralformen [Ed Saff, 1994]
- Igloo/Equal-Area -Pixelization [Crittenden 1998, Leopardi 2007]
- Optimierungsaufgaben [Fliege/Saff/Brauchert/Womersley/Sloan/...]
- Spherical-(t)-Designs [Fliege/Sloane/Hardin]
- Quadraturen [Lebedev: nur 1.4x so viele Punkte]
- Sphere Packings und Lattices [Conway/Sloane]
- Wavelet-Transforms [Freedon, Windheuser]
- Interpolation [Womersley/Sloan]  
-> $(N+1)^2$  Punkte



Lebedev grid

Gauss grid



# Diskrete Spherical Harmonics Transformation

<http://iem.at/Members/zotter>

- Bandbegrenzung mit N-ter Ordnung:  
(N+1)<sup>2</sup> SH-Koeffizienten
- M Messpunkte
- Abgetastete Kugelflächenfunktionen:

$$\mathbf{D}^t = \begin{pmatrix} Y_0^0(\varphi_1, \vartheta_1) & Y_0^0(\varphi_2, \vartheta_2) & \dots & Y_0^0(\varphi_M, \vartheta_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_N^{-N}(\varphi_1, \vartheta_1) & Y_N^{-N}(\varphi_2, \vartheta_2) & \dots & Y_N^{-N}(\varphi_M, \vartheta_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_N^N(\varphi_1, \vartheta_1) & Y_N^N(\varphi_2, \vartheta_2) & \dots & Y_N^N(\varphi_M, \vartheta_M) \end{pmatrix}$$

# Diskrete Spherical Harmonics Transformation

<http://iem.at/Members/zotter>

- Ziel: Darstellung der Messwerte als spherical Harmonics:  $\vec{p} = \mathbf{D} \cdot \vec{c}$
- Quadratur:  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \vec{p}$

# Diskrete Spherical Harmonics Transformation

<http://iem.at/Members/zotter>

- Ziel: Darstellung der Messwerte als spherical Harmonics:  $\vec{p} = \mathbf{D} \cdot \vec{c}$

- Quadratur:  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \vec{p}$   
(gewichtet)  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \text{diag} \{ \vec{w} \} \cdot \vec{p}$

Nachteil: strenge Voraussetzungen  
Vorteil: einfach zu rechnen

# Diskrete Spherical Harmonics Transformation

<http://iem.at/Members/zotter>

- Ziel: Darstellung der Messwerte als spherical Harmonics:  $\vec{p} = \mathbf{D} \cdot \vec{c}$
- Quadratur:  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \vec{p}$   
(gewichtet)  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \text{diag} \{ \vec{w} \} \cdot \vec{p}$
- Least-Squares:  $\vec{c} = (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^H \cdot \vec{p}$

# Diskrete Spherical Harmonics Transformation

<http://iem.at/Members/zotter>

- Ziel: Darstellung der Messwerte als spherical Harmonics:  $\vec{p} = \mathbf{D} \cdot \vec{c}$

- Quadratur:  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \vec{p}$   
(gewichtet)  $\vec{c} = \mathbf{D}^H \cdot \text{diag} \{ \vec{w} \} \cdot \vec{p}$

- Least-Squares:  $\vec{c} = (\mathbf{D}^H \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^H \cdot \vec{p}$  **Vorteil: Linksinverse**  
(gewichtet)  $\vec{c} = (\mathbf{D}^H \text{diag} \{ \vec{w} \} \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^H \text{diag} \{ \vec{w} \} \cdot \vec{p}$

Bei ungleichf. Abtastung: Fehlerverteilung pro Fläche durch Gewichte beeinflussbar

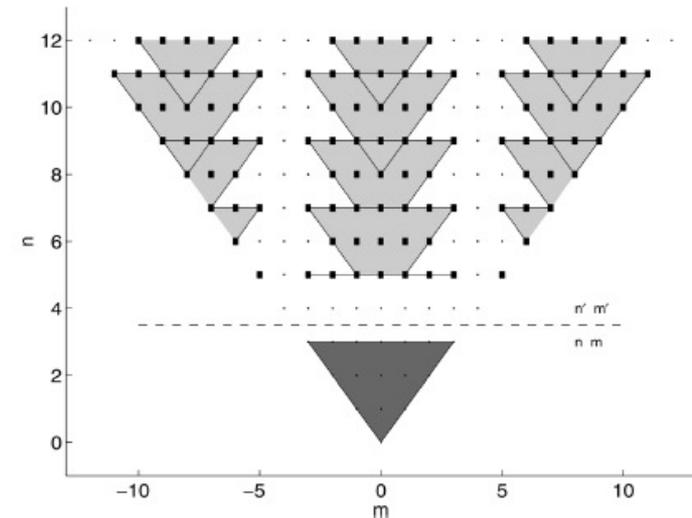
# Abtastung der Kugeloberfläche

örtliche Fourier-Trafo auf Kugel

<http://iem.at/Members/zotter>

Aliasing auf der Kugel:

- [B. Rafaely, 2007] für Gauss-Quadratur.



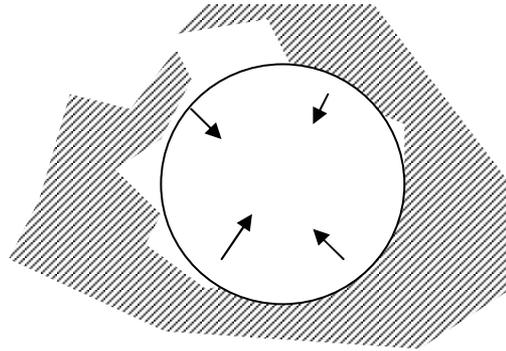
Es gibt keine allgemeingültige Aussage über die Lage der Spigelfrequenzen: Hängt von der Abtastung ab.

Generell gilt: je mehr Abtastpunkte zu viel, desto bessere Aliasing Unterdrückung

# Zwischenstand

- Wir haben eine Idee, wie innere Randwertprobleme mit Spherical Harmonics beschrieben sind.
- Wir wissen, dass eine Kugelfläche schwierig abzutasten ist, und etwa wie das gehen kann.
- Und wir wissen, was Aliasing bedeutet.
- Warum wenden wir das Rezept nicht einfach an ?

# Innere Randwertprobleme





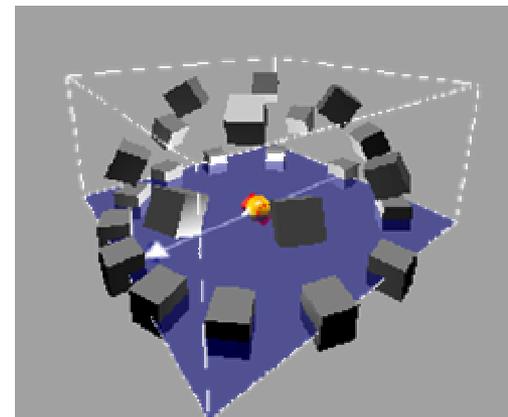
# IEM-CUBE: inneres RWP



SH-zerlegter Schalldruck wird an den Lautsprechern diskret rekonstruiert.

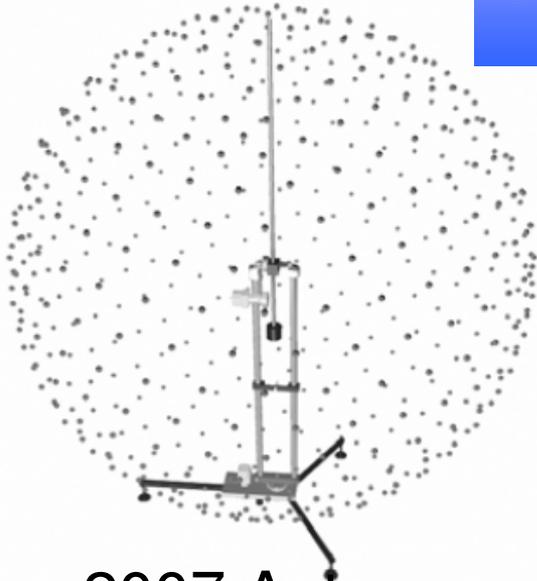
Das innere Schallfeld wird damit im Abhörpunkt approximiert.

Für SH/Ambi-HRTF Binauralwiedergabe



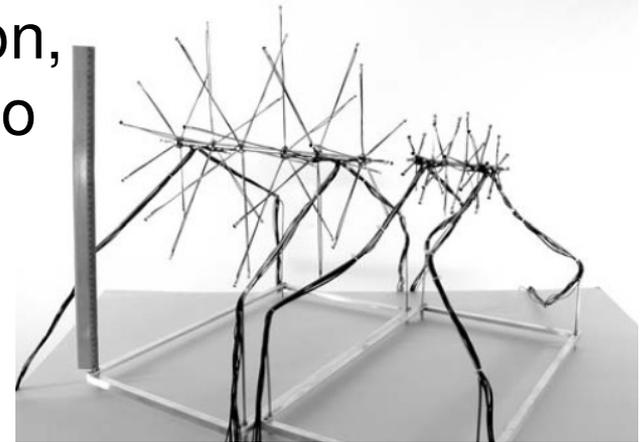
# Offene Micarrays

für äußere Schallquellen: inneres RWP



2007 Anton  
Schlesinger,  
AES Wien

2004 Gover&Stinson,  
AES San Francisco

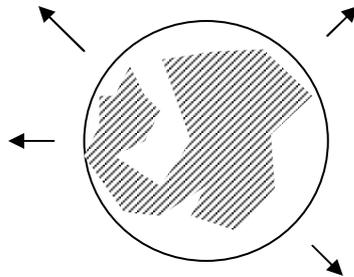


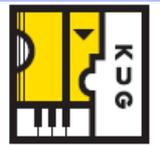
2002 Merimaa, AES  
München



Zur Berechnung des inneren / eintreffenden Schallfeldes  
Da gibt es sicher noch mehrere / frühere ...

# Äußere Randwertprobleme





Institut für Musikethnologie

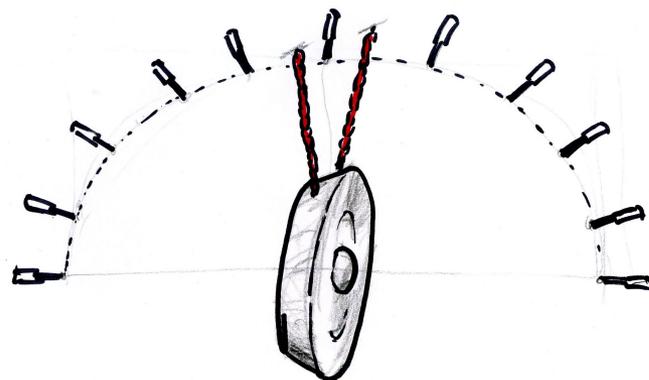
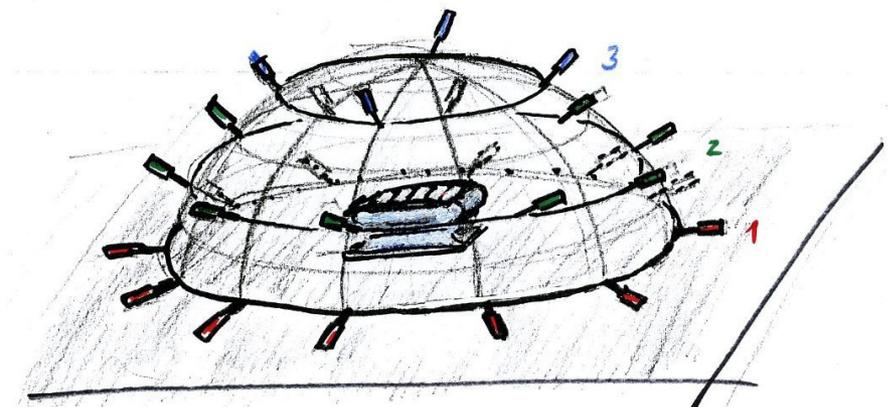
# Äußeres RWP

## Gamelan Instrumente aus Zentraljava

<http://iem.at/Members/zotter>

‚balungan‘ Instruments played on the floor

hanging gong instruments

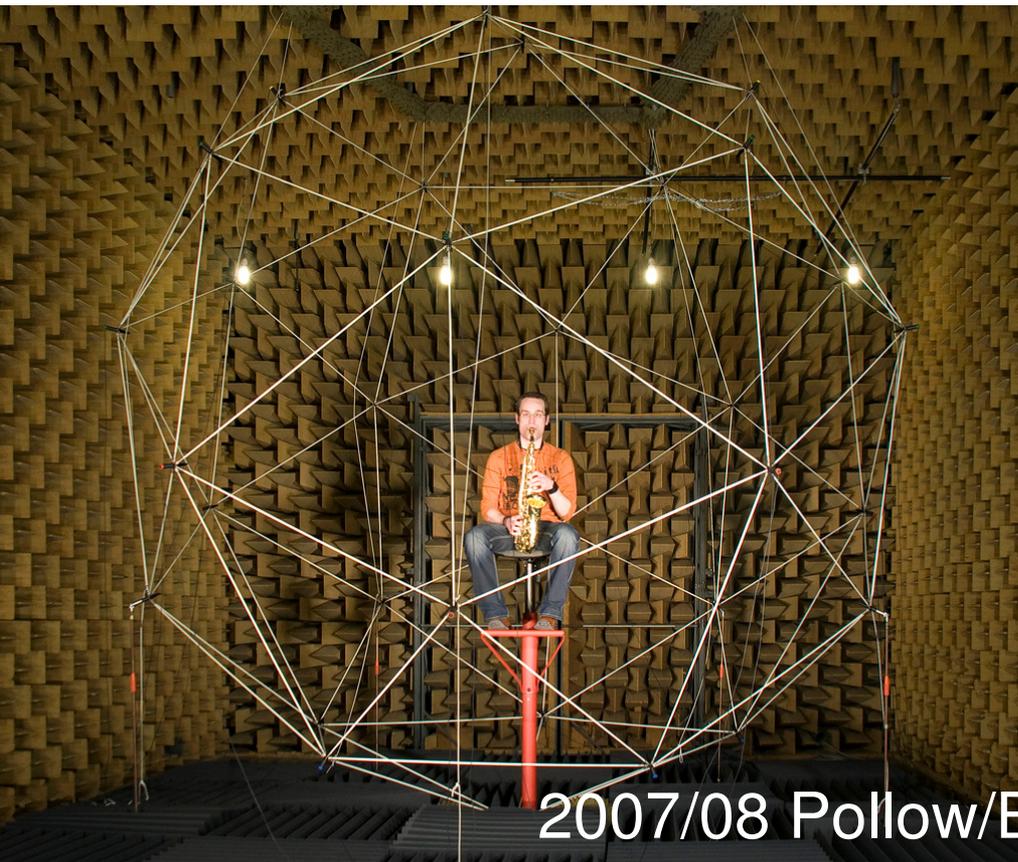
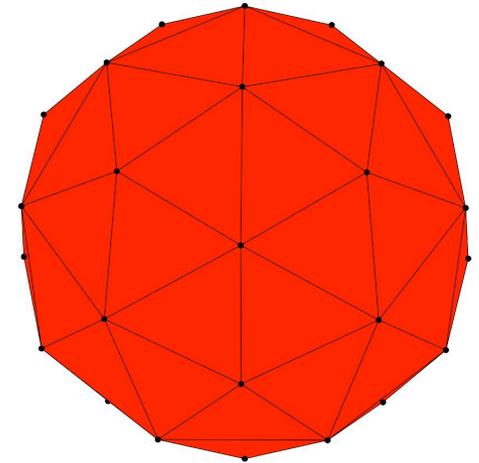


2006 (Ottowitz, Hostniker, Wiesenegger)

2008 Hohl, 2007/08 Zotter



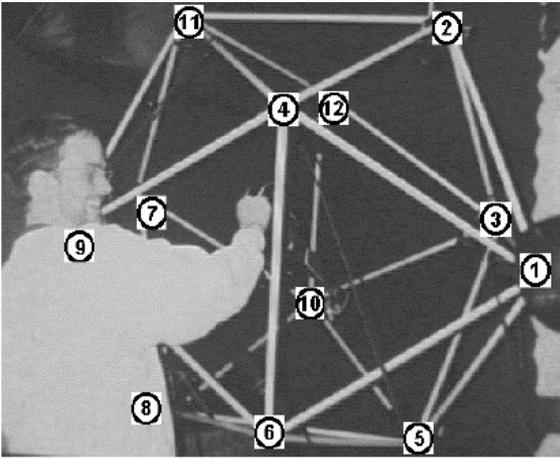
- Aufnahmen am ITA, RWTH-Aachen
- Stefan Reuter, Dirk Schröder, Gottfried Behler
- Saxophon: Sönke Pelzer



2007/08 Pollow/Behler/Reuter

# Abstrahlungsvermessung und Abstrahlungswiedergabe: äußeres RWP

<http://iem.at/Members/zotter>



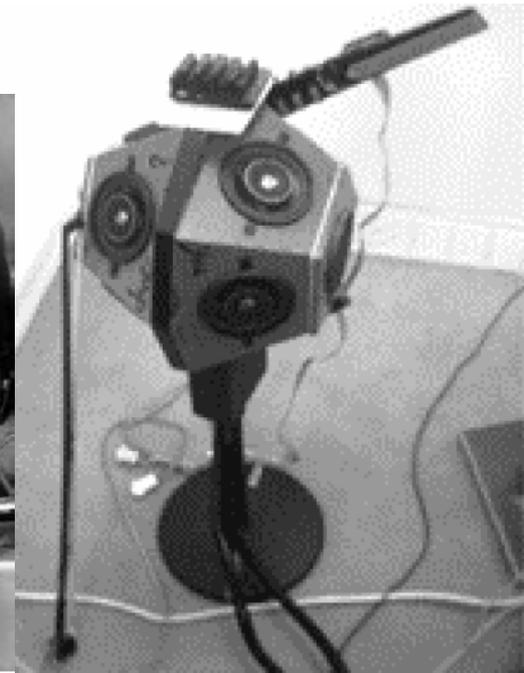
Perry Cook, 1998



Franck Giron,  
Bochum, 1996

Dan Trueman,  
Perry Cook,  
1999/2000

Olivier Warusfel, 1997





# Kugellautsprecherarrays äußere RWP

<http://iem.at/Members/zotter>



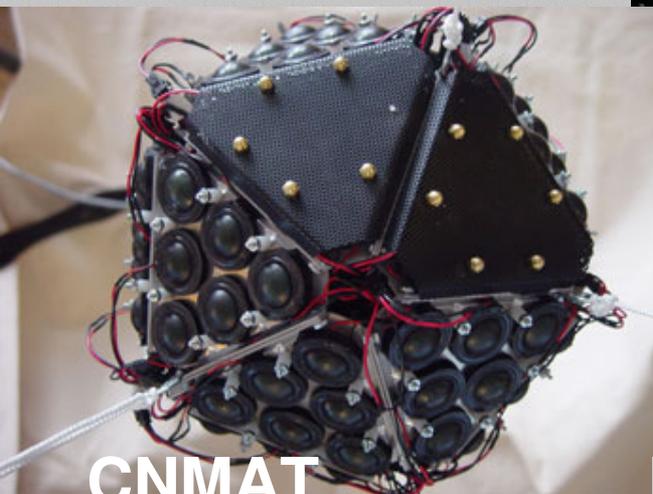
IRCAM



ITA/RWTH



IEM/KUG



CNMAT

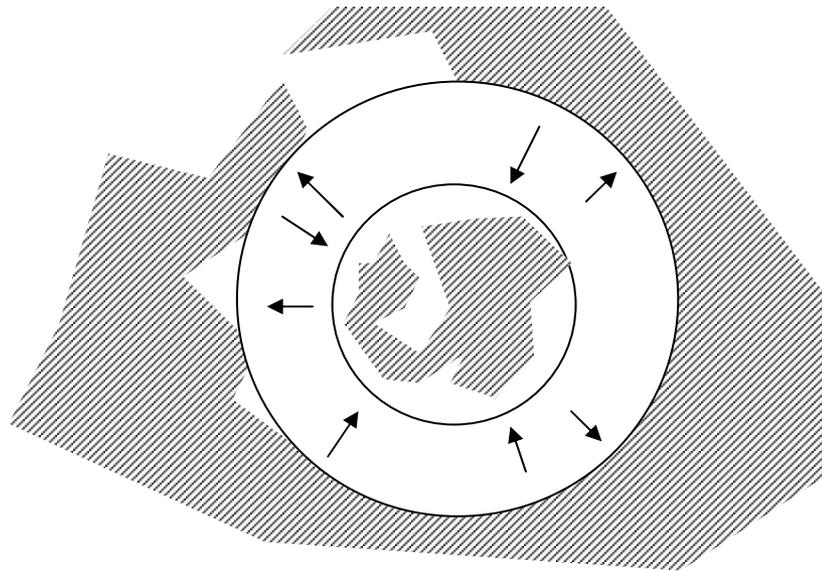


Princeton / PLOrk



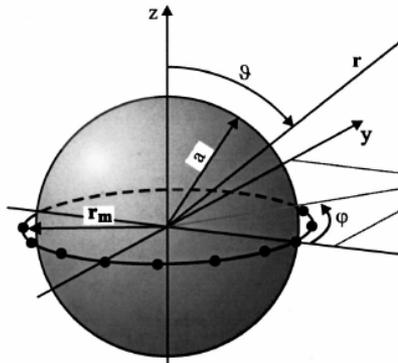
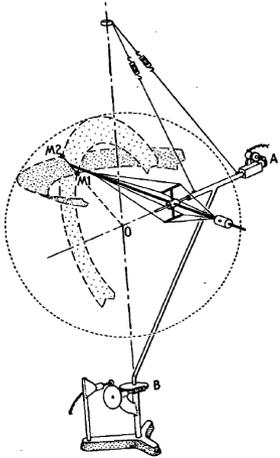
OUTLINE

# Gemischte Randwertprobleme (1)

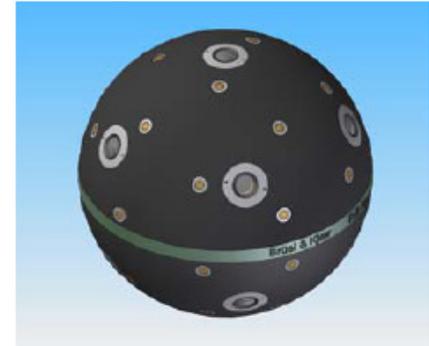


# Gemischte RWP: Abstrahlungsmessung mit Beugung/Reflexion und Mikrofonarrays

Weinreich&Arnold, 1980



Jens Meyer, Gary Elko 2000-2008  
mhacoustics



Petersen, Moller-Juhl,  
B&K, 2003-2008

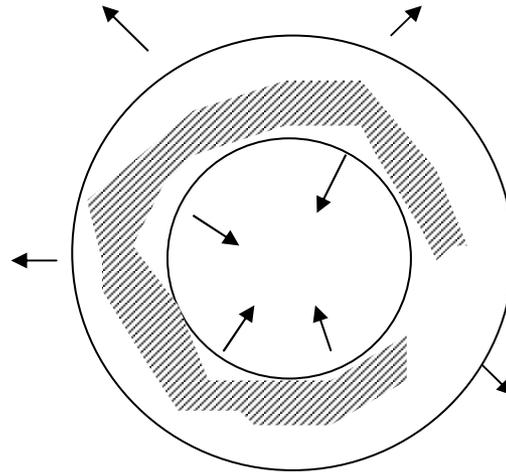
Rafaely&Park, 2004/2005



Li, Duraiswami, O'Donovan, Grassi 2004-2008

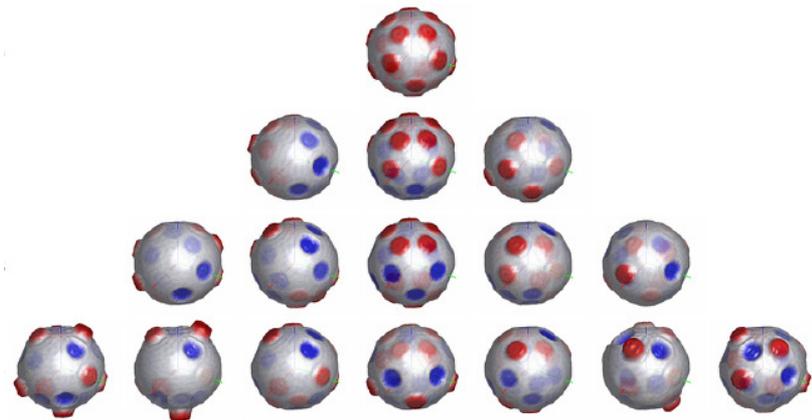
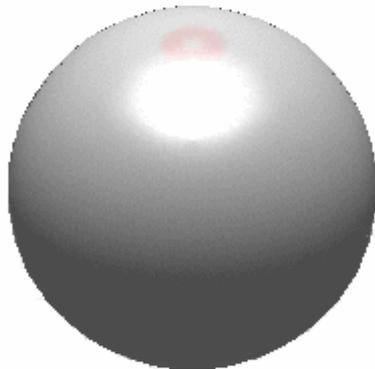
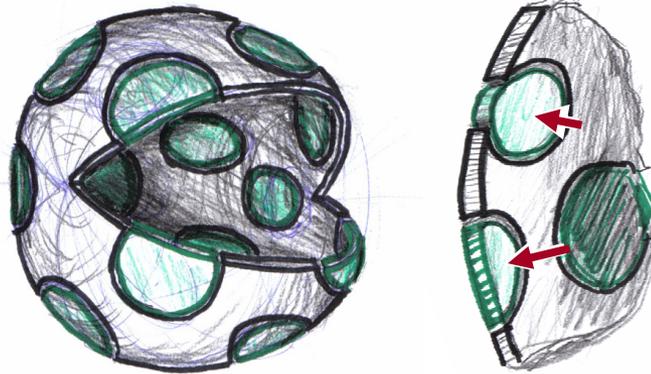


# Gemischte Randwertprobleme (2)



# Modeling Radiation Synthesis with Spherical Loudspeaker Arrays

Franz Zotter  
Robert Höldrich



Informationen zu

- Wellenfeldsynthese
- Hörversuche

Nächsten Montag in aller Kürze.