

Akustische Holografie Laborprotokoll Tag 4 und 5

Laborprotokoll, Akustische Holografie Labor

Thomas Kumar
Rainer Mittmannsgruber
Jonas Helm

Betreuer: DI Dr. Franz Zotter
Graz, 11. Oktober 2017



institut für elektronische musik und akustik



Laborprotokoll Tag 4 und 5 2

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Messung und Darstellung des Richtmusters	4
3	Vergleich von Richtcharakteristiken	5
3.1	Richtcharakteristik des Saxophons und der Trompete	6
3.2	Richtcharakteristik von Obertönen	7
4	Zusammenfassung und Schlussfolgerung	11

1 Einleitung

Dieses Protokoll befasst sich mit der Abtastung und Darstellung der Schallabstrahlung von Instrumenten. Zu diesem Zweck wurde eine Messanordnung aufgebaut, die im Zuge der Diplomarbeit von F. Hohl entwickelt wurde [Hoh09]. Die Messanordnung besteht dabei aus 64 Messmikrofonen, die an bestimmten Abtastpunkten auf einer Kugeloberfläche angebracht sind. Auf Basis einer solchen Messung des produzierten Schallfeldes von Instrumenten wird die mathematische Herangehensweise zur Darstellung von abgestrahlten Richtmustern gezeigt und in weiterer Folge die Aufnahme eines Saxophons und einer Trompete hinsichtlich der Richtcharakteristik verglichen.

Der vierte Tag des Labors wurde gänzlich zum Aufbauen des Messapparates am Akustikmessplatz des IEM in der Petersgasse 116 verwendet. Abbildung 1 zeigt den resultierenden Messaufbau und die Aufnahme des produzierten Schallfeldes eines Saxophons.

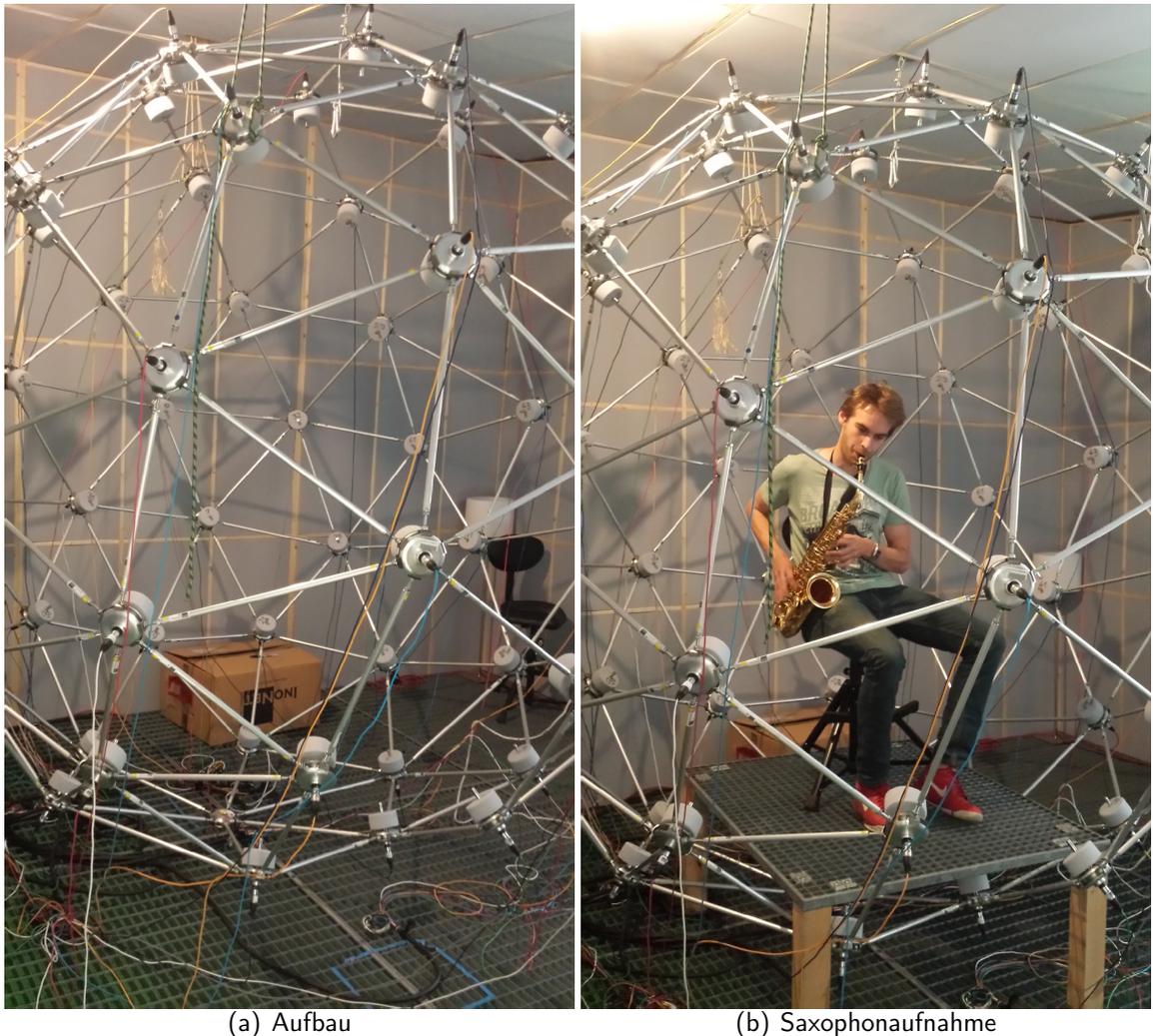


Abbildung 1: Messaufbau

2 Messung und Darstellung des Richtmusters

Zu Beginn wurde mit jedem der 64 Messmikrofone ein Sinus-Ton mit einem definierten Schalldruckpegel gemessen, der von einem Pistonphon erzeugt wird. Die Messung führt zu den jeweiligen Faktoren zum Ausgleich der Mikrofonempfindlichkeiten und ermöglicht eine Sortierung der Kanäle in die von der Messanordnung vorgegebene Reihenfolge. Die Samplingstrategie der Messanordnung wird als Hyperinterpolation bezeichnet und besitzt die in [Hoh09] [Wom09] gezeigten Abtastpositionen auf der Kugeloberfläche. Die Positionen können in Abhängigkeit von Azimuth- und Elevationswinkel in einem Einheitsvektor zusammengefasst werden:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \sin(\vartheta) \\ \sin(\varphi) \cos(\vartheta) \\ \cos(\vartheta) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Bei Messung des abgebildeten Pegels $w(\boldsymbol{\theta})_{dB}$ in dB ergibt sich der Kalibrierungsfaktor in Abhängigkeit der Position mit

$$w(\boldsymbol{\theta}) = 10^{\frac{-w(\boldsymbol{\theta})_{dB}}{20}}. \quad (2)$$

Die korrigierte Schalldruckmessung eines Instruments $g(\boldsymbol{\theta}, t)$ ergibt sich aus der Multiplikation der gemessenen Schalldrücke $\tilde{g}(\boldsymbol{\theta}, t)$ mit den zugehörigen Kalibrierungsfaktoren $w(\boldsymbol{\theta})$:

$$g(\boldsymbol{\theta}, t) = \tilde{g}(\boldsymbol{\theta}, t) \cdot w(\boldsymbol{\theta}). \quad (3)$$

Für die weitere Betrachtung werden die Schalldrücke $g(\boldsymbol{\theta}, t)$ in den Frequenzbereich transformiert

$$g(\boldsymbol{\theta}) = FFT \{g(\boldsymbol{\theta}, t)\}, \quad (4)$$

wobei die Abhängigkeit von der Frequenz für eine bessere Lesbarkeit im Weiteren nicht erwähnt wird. Die zusammengefassten Schalldruckmessungen auf der Kugeloberfläche

$$\mathbf{g} = (g(\boldsymbol{\theta}_1), g(\boldsymbol{\theta}_2), \dots, g(\boldsymbol{\theta}_{64}))^T \quad (5)$$

lassen sich in Kugelflächenfunktionen ausdrücken

$$\mathbf{g} = \mathbf{Y}_N^T \boldsymbol{\gamma}_N, \quad (6)$$

wobei \mathbf{Y}_N^T eine Zusammenfassung der Kugelflächenfunktionen und $\boldsymbol{\gamma}_N$ eine Zusammenfassung der sphärischen Koeffizienten darstellt [Zot08]:

$$\mathbf{Y}_N^T = \text{mtx}_N \{Y_n^m(\boldsymbol{\theta})\}^T, \boldsymbol{\gamma}_N = \text{vec}_N \{\gamma_{nm}\}. \quad (7)$$

Die sphärischen Harmonischen $Y_n^m(\boldsymbol{\theta})$ berechnen sich dabei mit

$$Y_n^m(\boldsymbol{\theta}) = N_n^{|m|} P_n^{|m|}(\cos(\vartheta)) \cdot \begin{cases} \sin(m\varphi), & \text{for } m < 0, \\ \cos(m\varphi), & \text{for } m \geq 0. \end{cases} \quad (8)$$

wobei $N_n^{[m]}$ eine Normalisierung und $P_n^{[m]}$ die zugeordnete Legendre-Funktion darstellen. Für die Abtastung mit Hyperinterpolation gilt der Zusammenhang zwischen Samplingpunkten L und darstellbarer Ordnung in Spherical Harmonics N

$$L = (N + 1)^2. \quad (9)$$

Bei $L = 64$ Abtastpunkten erlaubt die Hyperinterpolation eine Zerlegung in ebensoviele Koeffizienten der Zerlegungsordnung $N = 7$.

Die Lösung nach den unbekanntenen Koeffizienten der sphärischen Harmonischen erfolgt durch Umformung von (6),

$$\boldsymbol{\gamma}_N = \mathbf{Y}_N^{-1} \mathbf{g}, \quad (10)$$

also durch Bildung der Inversen von \mathbf{Y}_N , was durch die Abtastung durch Hyperinterpolation unproblematisch ist.

Sind die Koeffizienten $\boldsymbol{\gamma}_N$ bekannt, kann die Schalldruckverteilung auf der Kugeloberfläche mit beliebiger Winkelauflösung interpoliert werden:

$$\mathbf{p} = \mathbf{Y}_N^{(fine)T} \boldsymbol{\gamma}_N, \quad (11)$$

wobei die Zeilenanzahl der Matrix \mathbf{Y}_N^T der beliebigen Punktzahl der Interpolation entspricht.

Für die Darstellung der Richtcharakteristik erfolgt eine Normierung der interpolierten Schalldrücke auf einen logarithmischen Bereich zwischen 0 und 1, in *MATLAB* mit:

```
1 pd=db(p);
2 pd=pd-max(pd(:));
3 pd=pd/30;
4 pd=max(pd+1,0);
```

Die Richtcharakteristik kann, basierend auf den normierten Schalldrücken mit dem *MATLAB*-Befehl *mesh* und den kartesischen Koordinaten $[X_s, Y_s, Z_s]$ der interpolierten Punkte dreidimensional dargestellt werden:

```
1 mesh(pd.*Xs, pd.*Ys, pd.*Zs, 'cdata', pd);
```

3 Vergleich von Richtcharakteristiken

In der Messanordnung wurde die chromatische Tonleiter innerhalb einer Quint von einem Saxophon und einer Trompete aufgenommen. In diesem Abschnitt sollen die Unterschiede in dem Abstrahlverhalten beider Instrumente näher betrachtet werden.

3.1 Richtcharakteristik des Saxophons und der Trompete

Möchte man nicht das Abstrahlverhalten einzelnen Teiltöne, sondern einen Eindruck der allgemeinen Richtcharakteristik des Instruments darstellen, kann der quadratische Mittelwert innerhalb des Zeitbereichs einer gespielten Note herangezogen werden. Bildet der Effektivwert des Schalldruck die Basis für die Darstellung mit Kugelflächenfunktionen,

$$g_{RMS}(\boldsymbol{\theta}) = \sqrt{\frac{1}{j-i} \sum_{t=i}^j |g(\boldsymbol{\theta}, t)|^2}, \quad (12)$$

wobei j, i Abtastzeitpunkte und t die Zeit darstellen, so lässt sich eine allgemeine Richtcharakteristik in Abb. 2 darstellen. Dieser Vergleich zeigt, dass die Trompete eine symmetrische Abstrahlung in 0° Richtung aufweist die im Vergleich zu dem Saxophon ausgeprägter erscheint. Die Unterschiede im Abstrahlverhalten hängen auch mit der Positionierung des Musikers zusammen, bzw. der Haltung des Instruments. Im Allgemeinen zeigt das Saxophon im Vergleich zur Trompete eine etwas breitere Richtcharakteristik.

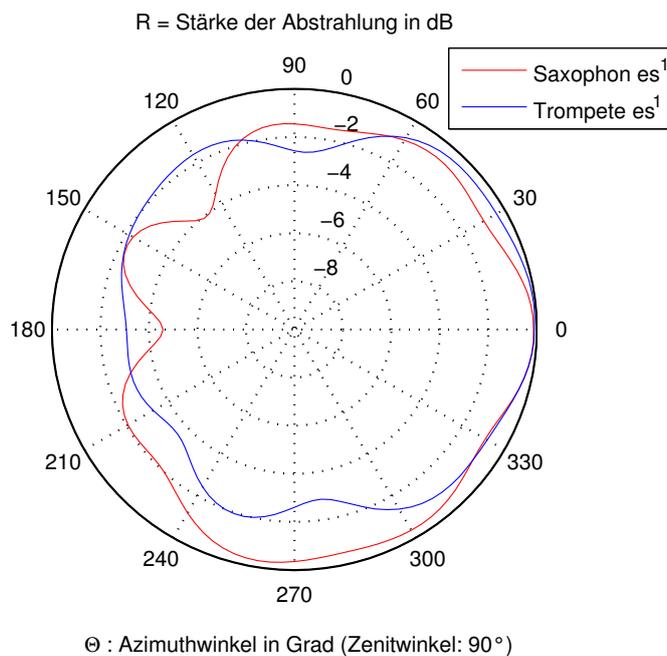
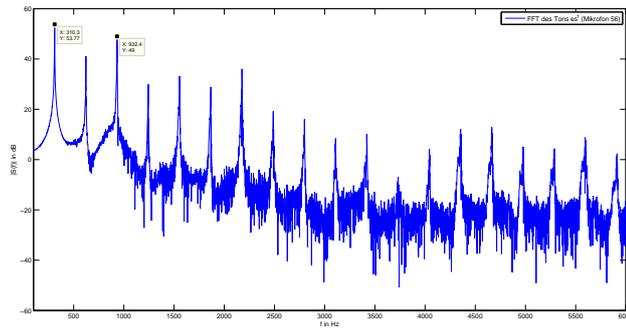


Abbildung 2: Richtcharakteristik der Note es^1

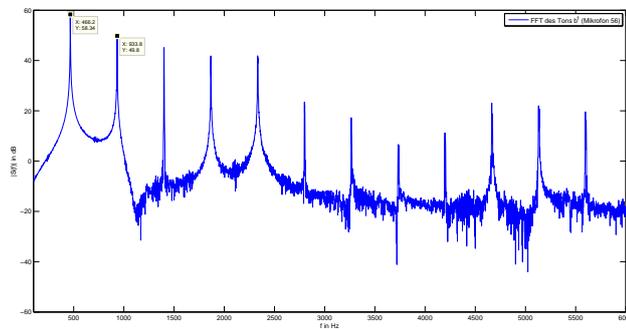
3.2 Richtcharakteristik von Obertönen

Das Saxophon und die Trompete unterscheiden sich sowohl in der Art der Tonerzeugung (Rohrblatt am Mundstück des Saxophons und Lippen am Mundstück der Trompete), als auch in der Art der Tonhöhenveränderung. Während beim Saxophon mit dem Schließen und Öffnen diverser Tonlöcher durch Klappen die effektive Rohrlänge und somit die Resonanzfrequenz kontrolliert wird, kann bei der Trompete die tatsächliche Rohrlänge durch das Drücken der Ventile verlängert werden, da die Luft somit zu einem Umweg durch die unterschiedlich langen, zusätzlichen Rohrstücke gezwungen wird. Bei der Trompete tritt somit keine zusätzliche Öffnung des Rohrs auf und der Schall wird unverändert über den Trichter am offenen Rohrende abgestrahlt. Die Richtcharakteristik ist hier also ausschließlich von der Frequenz abhängig, welche bei höheren Frequenzen stärker gebündelt um die Achse des Trichters ist. Tritt nun der selbe Oberton bei zwei unterschiedlichen Noten auf, wie z.B. das b^2 als 3. Oberton des es^1 und als 2. Oberton des b^1 , sollte dieser in beiden Fällen die gleiche Abstrahlcharakteristik aufweisen. Anders ist dies beim Saxophon. Die oben genannten Noten werden (wie bei der Trompete) unterschiedlich gegriffen, wobei sich hier jedoch die Konstellation offener und geschlossener Klappen ändert. Der Schall kann nun teilweise über die in beiden Fällen unterschiedlich liegenden Tonlöcher entweichen. Somit sollte sich die Richtcharakteristik des selben Obertons, anders als bei der Trompete, ändern.

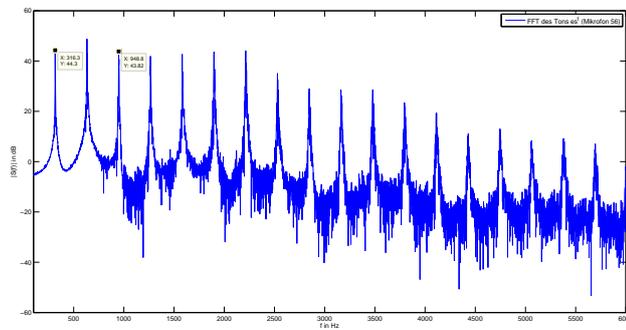
Um dieses Phänomen zu zeigen, wurde von den in der 64-kanäligen Mikrofonkugel aufgenommenen Signalen der beiden Instrumente jeweils die Note es^1 und b^1 herausgeschnitten. Anschließend wurde durch eine FFT dieses Abschnitts die Obertonstruktur sichtbar gemacht. Die Abbildungen der Spektren mit Markierung des jeweiligen Grundtons und des uns interessierenden Obertons sind in Fig. 3 (a) bis (d) dargestellt. In den Darstellungen ist ersichtlich, dass die Obertöne ungefähr bei der selben Frequenz auftreten. Es ist jedoch auffällig, dass der Oberton b^2 von der Trompete bei unterschiedlichen Grundtönen recht weit auseinanderliegen. Die Differenz beträgt $15Hz$. Dies könnte daran liegen, dass die zusätzlichen Rohrlängen an den Ventilen nicht genau eingestellt sind, sodass sich die Stimmung bzw. der Grundton (und somit die Obertöne) beim Zuschalten dieser Rohre ändert.



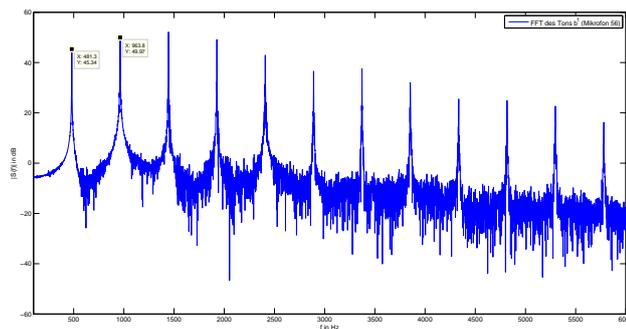
(a) Note es^1 des Saxophons (Grundton $310,3Hz$, 3. Oberton $932,4Hz$)



(b) Note b^1 des Saxophons (Grundton $466,2Hz$, 2. Oberton $933,8Hz$)



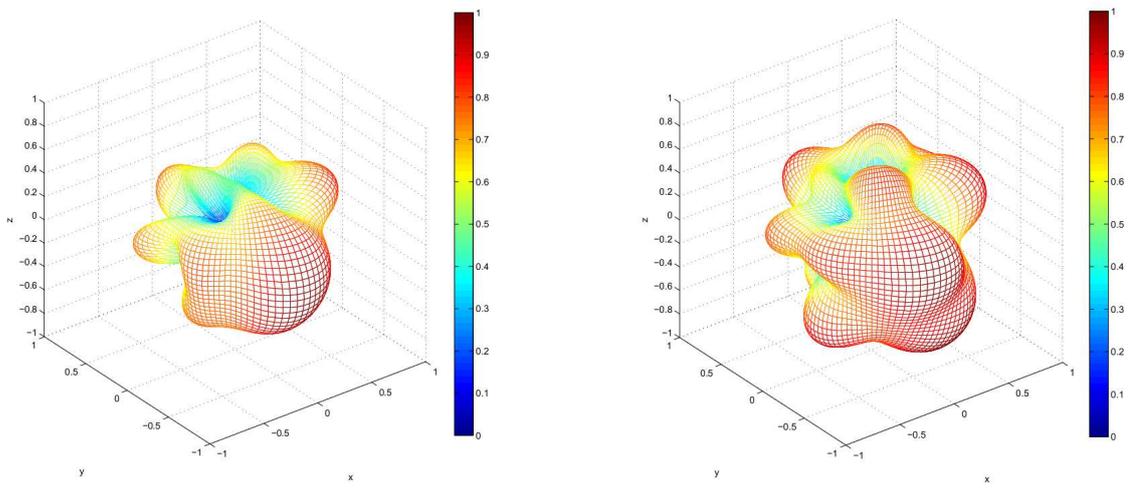
(c) Note es^1 der Trompete (Grundton $316,3Hz$, 3. Oberton $948,8Hz$)



(d) Note b^1 der Trompete (Grundton $481,3Hz$, 2. Oberton $963,8Hz$)

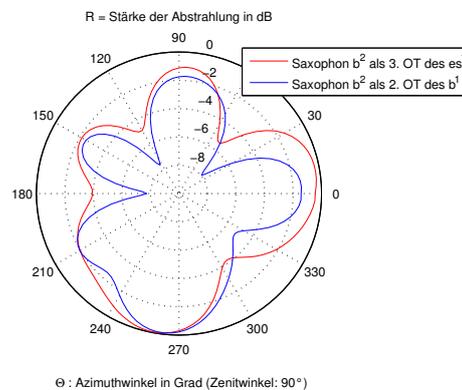
Abbildung 3: FFT Darstellungen verschiedener Noten des Saxophons und der Trompete

In Fig. 4 und Fig. 5 sind die Ballondiagramme der Abstrahlcharakteristiken des Saxophons und der Trompete dargestellt. Man erkennt eine deutlich ungleichmäßigere, kompliziertere Richtcharakteristik bei den Obertönen des Saxophons. Es existieren hier mehrere einzelne Keulen, die unsymmetrisch in verschiedene Richtungen zeigen. Dies deckt sich mit der Annahme, dass beim Saxophon neben der Abstrahlung über den Trichter, ein Teil des Schalls über die offenen Klappen (eventuell auch über Mitschwingen der geschlossenen Klappen) austritt. Beim Vergleich des selben Obertons verschiedenen Ursprungs ist eine Änderung der Charakteristik erkennbar. In Fig. 4 (b) sieht man eine Aufteilung der in der 3-D Ansicht erkennbaren Hauptkeule in 2 oder mehr Keulen. Außerdem wird die Nebenkeule links unten ausgeprägter im Vergleich zu Fig. 4 (a). Der Saxophonist hielt das Saxophon auf der rechten Seite neben dem Körper (siehe Fig. 1 (b)). In Fig. 4 (c) und (d) ist eine Vogelperspektive dargestellt, wobei der Instrumentalist nach vorne schaut (hier oben). Es ist erkennbar, dass sein Körper einen Teil des Schalls abschirmt und ein großer Teil des Schalls nach rechts abgestrahlt wird. Außerdem sind auch hier Unterschiede trotz des selben Obertons zu erkennen.



(a) Als 3. Oberton des es^1

(b) Als 2. Oberton des b^1

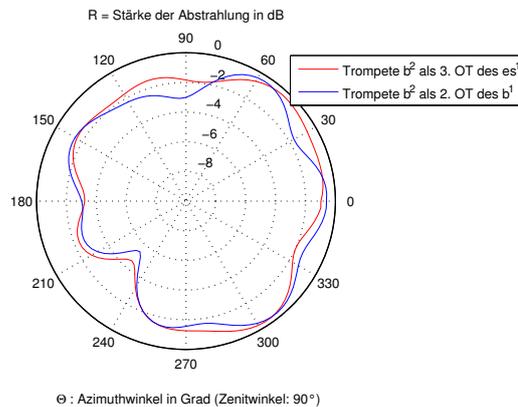
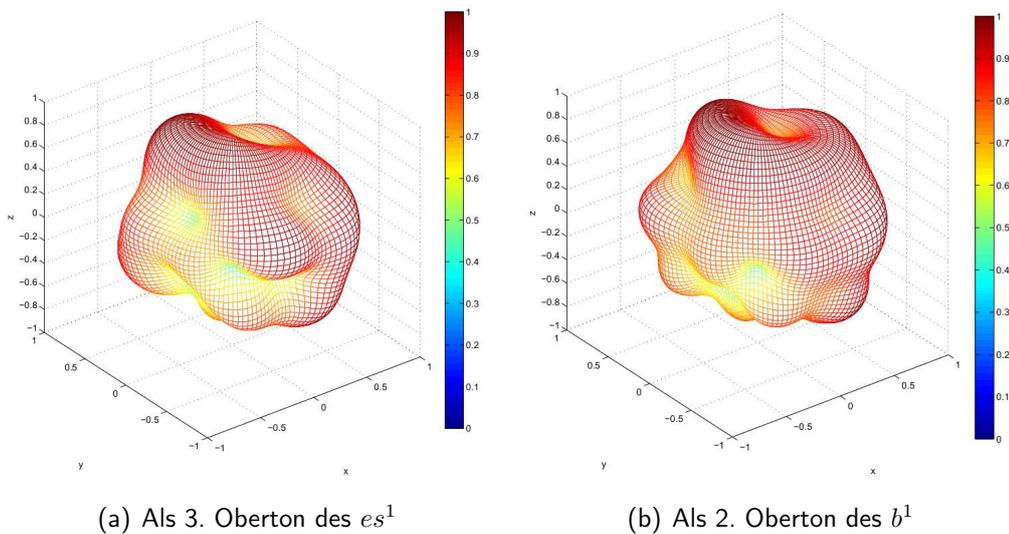


(c) Gegenüberstellung der Obertöne in 2-D Ansicht

Abbildung 4: Richtcharakteristik des Saxophons für den selben Oberton b^2

In Fig. 5 (a) und (b) sind die Abstrahlcharakteristiken des selben Obertons bei der Trompete dargestellt. Hier ist der Unterschied der Abstrahlungen, passend zu den obigen Annahmen, wesentlich geringer als beim Saxophon. Es ist eine eher kugelförmige Charakteristik zu sehen, welche ein paar, wenig ausgeprägte Keulen besitzt, die sich nur wenig zwischen den beiden Obertönen verändern.

Die hier gezeigten Abweichungen resultieren wahrscheinlich aus den mechanischen Ungenauigkeiten der Falttrompete, was sich auch in den abweichenden Grundtönen zwischen Saxophon und Trompete zeigt, vgl. 3. Zudem können Abweichungen durch die Ausrichtung des Musikers entstanden sein.



(c) Gegenüberstellung der Obertöne in 2-D Ansicht

Abbildung 5: Richtcharakteristik der Trompete für den selben Oberton b^2

4 Zusammenfassung und Schlussfolgerung

Für diesen Teil der Laborübung wurde ein großer Aufbau umgesetzt, der es ermöglicht, das komplexe Abstrahlverhalten von Musikinstrumenten messtechnisch zu erfassen. Zudem wurden die dazu notwendigen Einstellungen und Messungen zur Kalibrierung und die benötigten Werkzeuge zur Signalauswertung sphärischer Daten erarbeitet und in der Praxis angewandt.

Als praktisches Beispiel wurden für dieses Protokoll die Richtdiagramme von Trompete und Saxophon näher untersucht. Zunächst die Darstellung als Richtdiagramm des Effektivwertes über die Zeit bei einer gespielten Tonleiter und anschließend eine Detailauswertung der Richtwirkung einzelner Obertöne beider Instrumente, die beispielhaft herausgegriffen wurden. Die Detailauswertung basiert darauf, dass ein bestimmter Oberton verschiedenen Grundtönen zugeordnet werden kann. Bei dem Saxophon ändert sich mit dem gespielten Grundton die Klappenstellungen, was dazu führt, dass der gleiche Oberton verschiedener Grundtöne unterschiedliches Abstrahlverhalten aufweisen kann. Bei der Trompete ändert sich mit dem Grundton zwar die Rohrlänge, das Abstrahlverhalten bleibt jedoch gleich.

Die Auswertung der Richtdiagramme von Obertönen beider Instrumente deckt sich mit dieser Annahme. Bei dem Saxophon zeigen sich wie angenommen stärkere Unterschiede bei den Richtdiagrammen des gewählten Obertons als bei der Trompete. Bei der Trompete ist ein geringer Unterschied erkennbar, was möglicherweise darauf hinweist, dass es sich bei der Trompete um kein hochwertiges Instrument gehandelt haben könnte. Da ungenaue Ventile eine falsche Tonhöhe bewirken, kann daraus ein leicht verändertes Abstrahlverhalten resultieren.

Literatur

- [Hoh09] F. Hohl, *Kugelmikrofonarray zur Abstrahlungsvermessung von Musikinstrumenten*. DA, 2009.
- [Wom09] R. Womersley, "Extremal points on the sphere," <http://web.maths.unsw.edu.au/~rsw/Sphere/Extremal/index.html>, 2009.
- [Zot08] F. Zotter, *Sampling Strategies for Acoustic Holography and Holophony on the Sphere*. Institute of Electronic Music and Acoustics, University of Music and Performing Arts Graz, 2008.