

Impulsantwortmessung und Einstrahlungsanalyse mit dem *Eigenmike32*

Protokoll zu LU Akustische Messtechnik 02

Robert Baumgartner
Florian Mayer

Leitung: DI Dr. Franz Zotter
Graz, 18.05.2011 (Tag 3)



institut für elektronische musik und akustik



Zusammenfassung

Am dritten Tag des *Akustische Messtechnik 2 Labors* wurde mit dem *Eigenmikro32* der Firma *mh acoustics*, einer kompakten kugelförmigen Mikrofonanordnung, eine Einstrahlungsanalyse durchgeführt. Zu diesem Zweck wurden die Impulsantworten bei fünf äquidistanten Lautsprecherpositionen gemessen und die Daten anschließend mit Hilfe der so genannten SH-Interpolation ausgewertet bzw. in Form von Balloon-Diagrammen visualisiert. Dabei hat sich gezeigt, dass zwar im Allgemeinen eine Vorzugsrichtung erkennbar ist, das Analyseverfahren jedoch je nach Frequenzbereich von unterschiedlichen Fehlerquellen beeinflusst wird. Diese Störfaktoren und Auflösungsgrenzen werden in Abschnitt 4 genauer beleuchtet.

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen zum <i>Eigenmike</i>	4
2	Impulsantwortmessungen	6
3	<i>MATLAB</i> -Implementierung	9
4	Diskussion der Ergebnisse	13

1 Theoretische Grundlagen zum *Eigenmike*

Das *Eigenmike* der Firma *mh acoustics* ist eine kompakte, kugelförmige Mikrofonanordnung mit $L = 32$ Elektretmikrofonen. Nach dem Kirchhoff-Helmholtz-Integral ist es möglich, ein homogenes Schallfeld zu reproduzieren, wenn dessen Feldgrößen an einer geschlossenen Volumsoberfläche bekannt sind (vgl. [Zot11], [Zot10]). In diesem Sinne ermöglicht das *Eigenmike* eine Abtastung des Schallfeldes auf einer Kugeloberfläche und somit eine holografische Analyse des Feldes.

Zur Auswertung der Richtungsinformation bedient man sich so genannten Kugelflächenfunktionen $Y_n^m(\varphi, \vartheta)$ (eng.: spherical harmonics), die sich als räumliche Moden bei der Lösung der Wellengleichung in Polarkoordinaten (r ...Radius, φ ...Azimut, ϑ ...Zenit) ergeben. Man unterteilt diese Funktionen in Ordnung n und Grad m , wobei die Ordnung der Anzahl an existierenden Knotenkreisen entspricht und der Grad der Anzahl an Knotenkreisen, die Nord- und Südpol schneiden. Bei einer Ordnung von $n = N$ stehen insgesamt $M = (N + 1)^2$ Funktionen zur Verfügung. Aufgrund der Orthogonalität dieser Kugel-

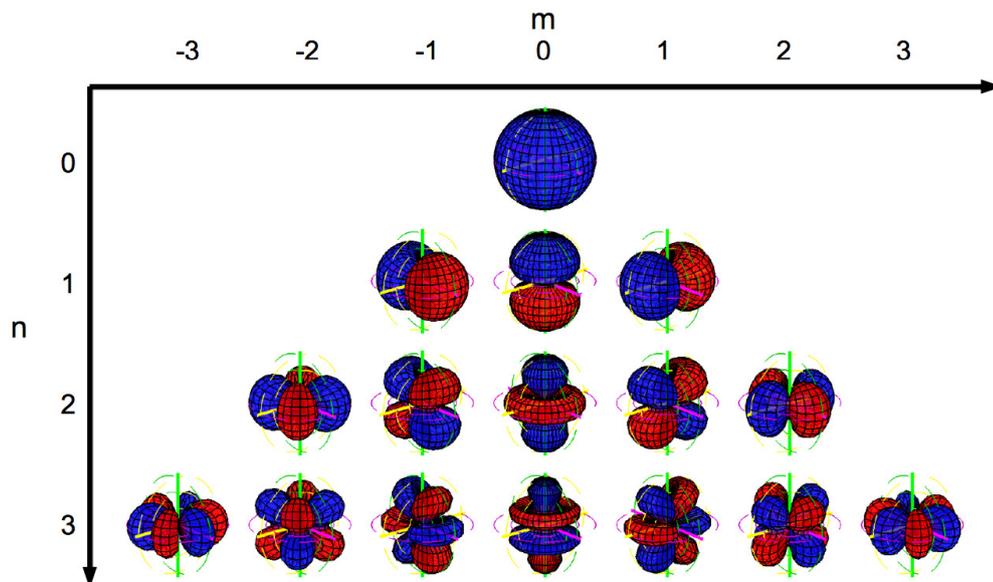


Abbildung 1: Kugelflächenfunktionen für $n=0\dots3$, Betrag distanzkodiert und Phasenlage farbkodiert; aus [Pom08].

flächenfunktionen lässt sich eine sogenannte SH-Transformation definieren, welche diese als Basisfunktionen verwendet:

$$\psi_n^m(kr) = \mathcal{SHT}\{p(kr, \varphi, \vartheta)\} := \int_{\mathbb{S}^2} p(kr, \varphi, \vartheta) Y_n^m(\varphi, \vartheta) d\varphi d\vartheta, \quad (1)$$

$$p(kr, \varphi, \vartheta) = \mathcal{ISHT}\{\psi_n^m(kr)\} := \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \psi_n^m(kr) Y_n^m(\varphi, \vartheta). \quad (2)$$

$\psi_n^m(kr)$ wird hierbei als sphärisches Wellenspektrum des Drucks $p(kr, \varphi, \vartheta)$ bezeichnet. Für ortsdiskrete Probleme wird eine entsprechende matrizierte Variante mit endlicher

Ordnung N verwendet:

$$\boldsymbol{\psi}_N(kr_E) = \mathcal{DSHT}\{\boldsymbol{p}(kr_E)\} := \mathbf{Y}_N^\dagger \boldsymbol{p}_L(kr_E), \quad (3)$$

$$\boldsymbol{p}_L(kr_E) = \mathcal{IDSHT}\{\boldsymbol{\psi}_N(kr_E)\} := \mathbf{Y}_N \boldsymbol{\psi}_N(kr_E). \quad (4)$$

Die SH-Matrix \mathbf{Y}_N ergibt sich aus den Winkelkoordinaten der Mikrofonpositionen des *Eigenmikes* (siehe Anhang) und der maximal darstellbaren Ordnung $N = \lfloor \sqrt{L} - 1 \rfloor = 4$. Da die Druckempfänger sehr gleichmäßig auf der Kugeloberfläche verteilt sind, besitzt diese Matrix eine geringe Konditionszahl von $\kappa = 1,059$. Bei der Berechnung der Pseudoinversen \mathbf{Y}_N^\dagger ist somit auch keine weitere Regularisierung notwendig.

Um das sphärische Wellenspektrum $\psi_n^m(kr_E)$, das mit dem *Eigenmike* am Radius $r_E = 4,2\text{cm}$ ermittelt wurde, auf ein sphärisches Quellspektrum $\phi_n^m(kR)$ an einem größeren Radius $R > r_E$ umzurechnen, werden Holografiefilter verwendet. Berücksichtigt man bei der Berechnung sowohl das einstrahlende als auch das an der schallharten Oberfläche gebeugte Schallfeld, so ergibt sich folgende Filterfunktion:

$$G_n(kR) = -\frac{kr_E^2 \cdot h'_n(kr_E)}{h_n(kR)}. \quad (5)$$

$h_n(kr)$ beschreibt hierbei die sphärische Hankelfunktion zweiter Art und $h'_n(kr)$ dessen erste Ableitung. Für einen Referenzradius von $R = 1,5\text{m}$ ist der Betragsfrequenzgang in Abbildung 2 dargestellt. Wie sich später bei der Auswertung der Messergebnisse zei-

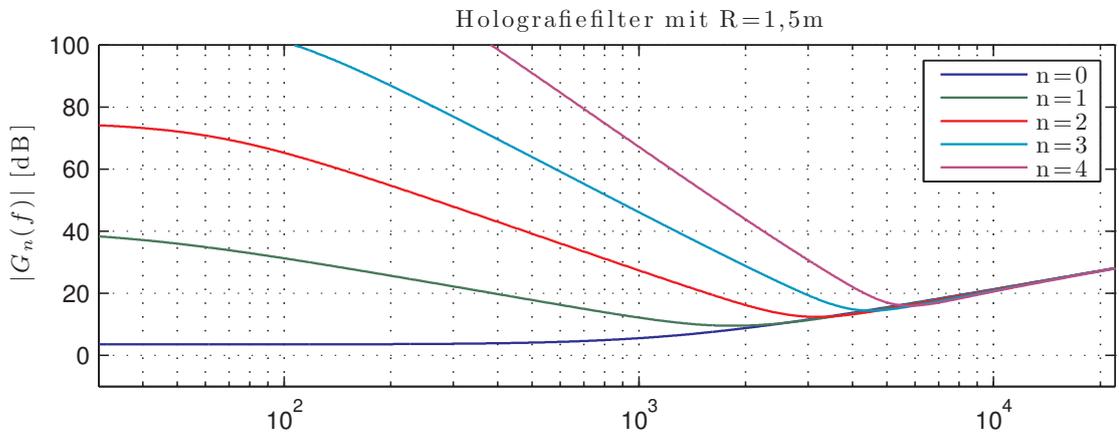


Abbildung 2: Holografiefilter für $n=0\dots4$, Aufnahme radius $r_E = 4,2\text{cm}$, Referenzradius $R = 1,5\text{m}$.

gen wird, stellt die enorme Verstärkung tiefer Frequenzanteile für hohe Ordnungen ein Problem dar. Ein Ausblenden hoher Ordnungen und somit eine Reduktion der örtlichen Auflösung für tiefe Frequenzen erscheint demnach sinnvoll.

2 Impulsantwortmessungen

Messaufbau

Zu Beginn wurden mehrere Messungen mit leicht unterschiedlichen Aufbauten durchgeführt, wobei die Lautsprecher-Sensor-Distanz zwischen 100cm und 150cm variiert wurde und bei einer Messung ein Vorhang knapp hinter das *Eigenmike* gehängt wurde. Aufgrund des geringsten Reflexionseinflusses wurde für die endgültige Messung entsprechend Abbildung 2 ein Aufbau mit einer Distanz von 150cm und ohne Vorhang gewählt. Als Quelle wurde ein Tropfenlautsprecher verwendet. Sowohl Lautsprecher und Mikrofonanordnung wurden in einer Höhe von 140cm positioniert.

Außerdem stand eine vorgefertigte Boden-Kartonschablone mit Winkelbeschriftungen in 10°-Schritten zur Verfügung, welche die manuelle Positionierung des Tropfenlautsprechers stark vereinfacht hat.

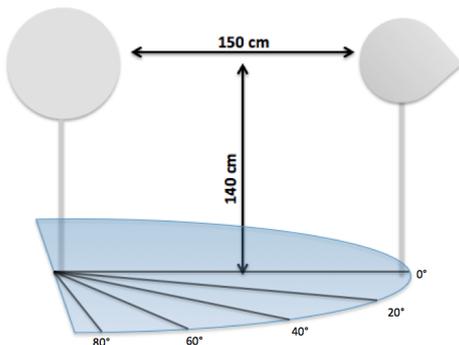


Abbildung 3: Graphische Darstellung des Messaufbaus.



Abbildung 4: Messaufbau im IEM Labor.

Messsignal

Die Raumimpulsantwort wurde mit Hilfe von exponentiellen Sweeps ermittelt. Die Verwendung dieses Messsignals hat gegenüber einer MLS-Messung den Vorteil der geringeren Empfindlichkeit in Hinblick auf harmonischen Verzerrungen, da hier der lineare Teil von etwaigen harmonischen Obertönen getrennt erfasst wird. Der Sweepsignal wird wie folgt generiert:

$$x(t) = \sin[A(e^{\frac{t}{\tau}} - 1)] \quad (6)$$

mit $A = \frac{T \cdot \omega_1}{\ln \frac{\omega_2}{\omega_1}}$ und $\tau = \frac{T}{\ln \frac{\omega_2}{\omega_1}}$

Die Start- f_1 und Stopfrequenz f_2 wurden wie folgt gewählt:

$$f_1 = 50 \text{ Hz}, \quad f_2 = \frac{f_s}{2}, \\ f_s = 44100 \text{ Hz}.$$

Durch Entfaltung der gemessenen Sweep-Antwort mit dem ursprünglichen Messsignal kann mit diesem Messverfahren die Übertragungsfunktion beziehungsweise die Impulsantwort bestimmt werden. Genauere Beschreibungen hierzu folgen in Abschnitt 3.

Durchführung der Messung

Da die einzelnen Mikrofone des *Eigenmikes* bereits vom Hersteller kalibriert sind, muss vor der Messung lediglich der Vorverstärker sinnvoll eingestellt werden. Der Tropfenlautsprecher wurde entsprechend Abbildung 2 in 20° -Schritten variiert und somit insgesamt fünf Einzelmessungen nacheinander durchgeführt. Für die Wiedergabe des generierten Sweep-Signals und der automatischen Speicherung der Antwort wurde ein bestehender PD-Patch geringfügig angepasst. Pro Messposition wird somit eine 32-kanalige WAV-Datei gesichert.

Um sicher zu gehen, dass die aufgenommenen Messdaten fehlerfrei sind, wurden diese mit Hilfe der Software *Audacity* im Zeit- und Spektralbereich begutachtet. Die folgenden Abbildungen 5 und 6 zeigen exemplarisch einen Rohdatenauszug der ersten Messung mit 0° Einstrahlungswinkel. Zu erkennen sind einerseits die zeitlichen Verschiebungen zwischen den Signalen und andererseits die Störungsfreiheit der Sweep-Verläufe in den Spektrogrammen.

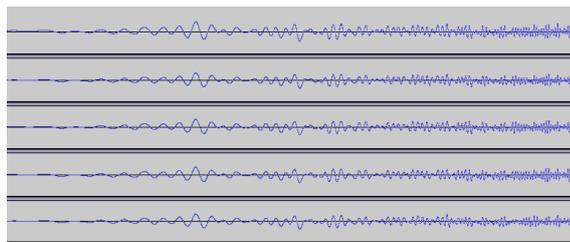


Abbildung 5: Wellenformen der ersten 5 Kanäle (Messung bei 0°).

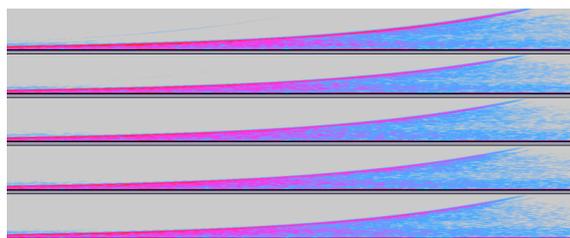


Abbildung 6: Spektrogramme der ersten 5 Kanäle (Messung bei 0°).

3 MATLAB-Implementierung

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Schritte der *MATLAB*-Implementierung erklärt, die zur Erstellung von Balloon-Diagrammen verwendet wurde. Der Signalflussgraph in Abbildung 7 gibt einen Überblick über die nötigen Berechnungsschritte, die im folgenden genauer erklärt werden.

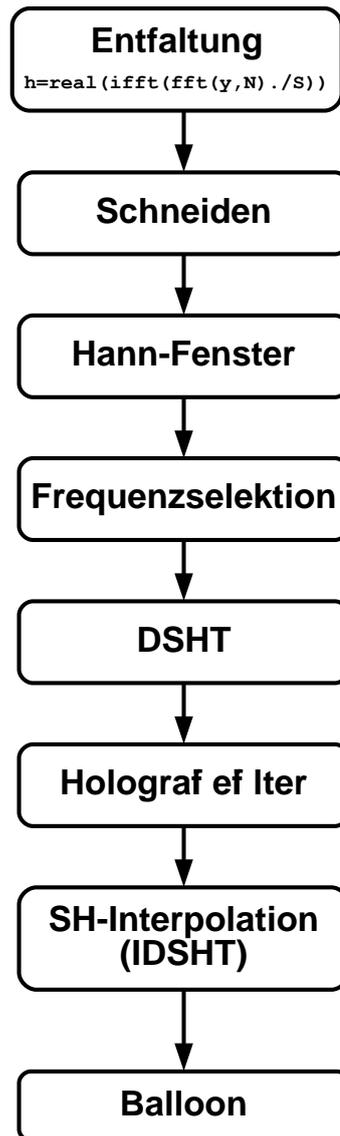


Abbildung 7: Signalflussgraph zur Berechnung von Balloon-Diagrammen.

Entfaltung

Ausgehend von den gemessenen Sweep-Antworten müssen zunächst die Impulsantworten $r_i(t)$ der einzelnen Kanäle ermittelt werden. Mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation kann diese Entfaltung als Division im Frequenzbereich berechnet werden. Mit $x(t)$ (Spektrum: $X(\omega)$) nach (6) und $y_i(t)$ ($Y_i(\omega)$) als zugehöriges gemessenes Antwortsignal ergibt sich:

$$y_i(t) = x(t) * r_i(t) \quad (7)$$

$$Y_i(\omega) = X(\omega) \cdot R_i(\omega) \quad (8)$$

$$R_i(\omega) = Y_i(\omega) \cdot X^{-1}(\omega) \quad (9)$$

$$r_i(t) = \mathcal{IFFT}(R_i(\omega)) \quad (10)$$

Schneiden und Fenstern

Um Recheneffizienz zu gewinnen, werden die Impulsantworten $r_i(t)$ großzügig geschnitten, wobei darauf zu achten ist, dass zeitliche Versätze zwischen den Kanälen existieren, die erhalten bleiben müssen.

Anschließend werden die Schnittenden mit einem Hann-Fenster ein- beziehungsweise ausgeblendet. Die resultierende, kompakte Satz an Impulsantworten wird unter dem Namen *hall.mat* abgesichert.

Ermittlung des sphärischen Wellenspektrums

Entsprechend Gleichung (4) wird nun das sphärische Wellenspektrum $\psi_N(kr_E)$ mit Hilfe der *DSHT* ermittelt. Hierfür wird zunächst eine gewünschte Analyse-Frequenz selektiert und für diese Spektralkomponente die Fourier-Transformation in Form eines Inprodukts berechnet. Mit der SH-Matrix \mathbf{Y}_N , die sich aus den Mikrofonwinkeln des *Eigenmikes* ergibt, kann danach das sphärische Wellenspektrum ausgewertet werden.

Holografiefilter

Um das sphärische Wellenspektrum für den Radius $R = 150\text{cm}$ zu bekommen, an dem die Quelle positioniert wurde, muss dieses zunächst entsprechend Gleichung (5) beziehungsweise Abbildung 2 gefiltert werden.

SH-Interpolation

Zur Erzeugung des Balloon-Diagramms muss das berechnete sphärische Wellenspektrum wieder in den Ortsbereich rücktransformiert werden. Bei dieser *IDSHT* werden

allerdings nahezu kontinuierliche Kugelflächenfunktionen verwendet und somit eine SH-Interpolation realisiert, um eine gute Darstellung der Messwerte zu bekommen.

Benutzeroberfläche

Die in Abbildung 8 dargestellte Benutzeroberfläche der *MATLAB*-Implementierung zeigt das für eine bestimmte Frequenz- und Radiuseinstellung ausgewertete Balloon-Diagramm. Die beiden Parameter können entweder über den Slider oder die Eingabebox rechts daneben gesetzt werden. Bei dieser Diagrammart wird der Schwingungsbetrag als Distanz zum Koordinatenursprung dargestellt und die zugehörige Phasenlage entsprechend dem nebenliegendem Farbrad kodiert. Abbildung 9 zeigt, wie die dreifarbigen Koordinatenachsen im Balloon-Diagramm definiert werden.

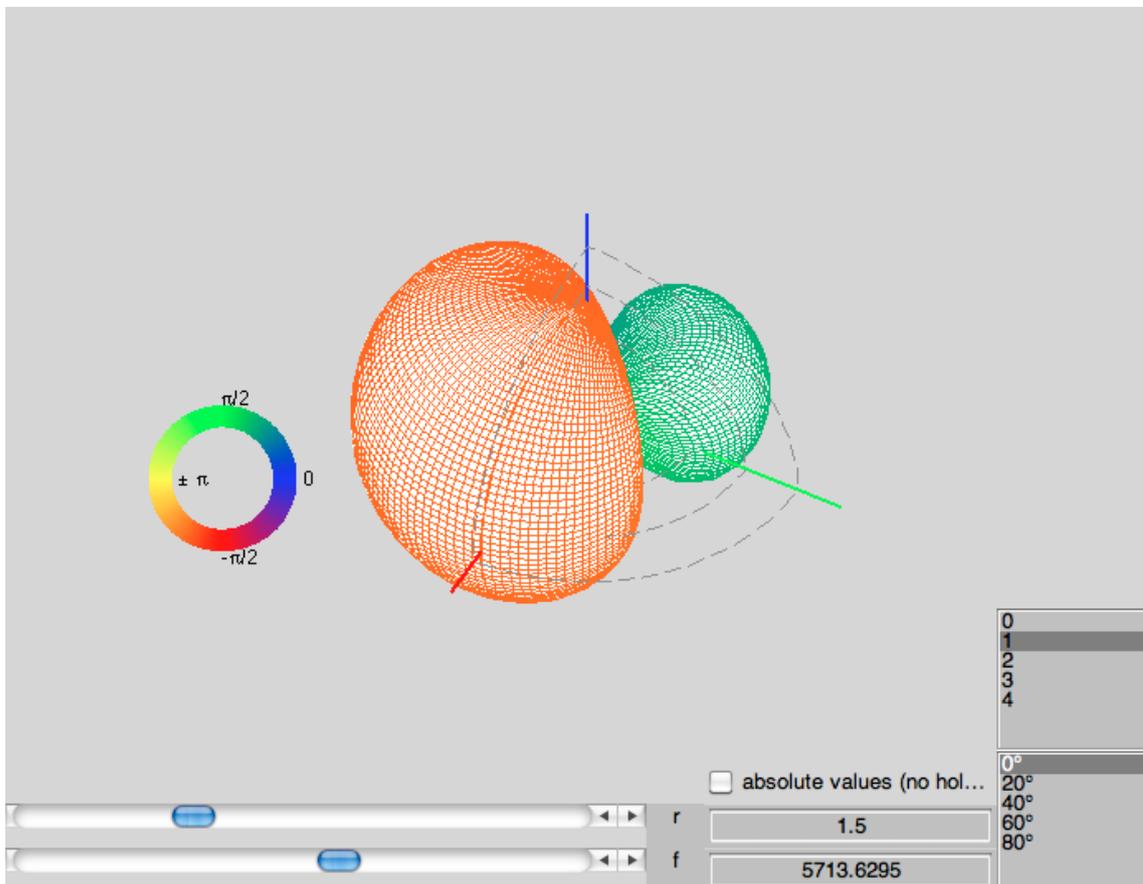


Abbildung 8: Benutzeroberfläche mit Balloon-Diagramm.

Abbildung 9 zeigt, wie die dreifarbigen Koordinatenachsen im Balloon-Diagramm definiert werden. Die Benutzeroberfläche bietet außerdem die Möglichkeit zwischen den fünf

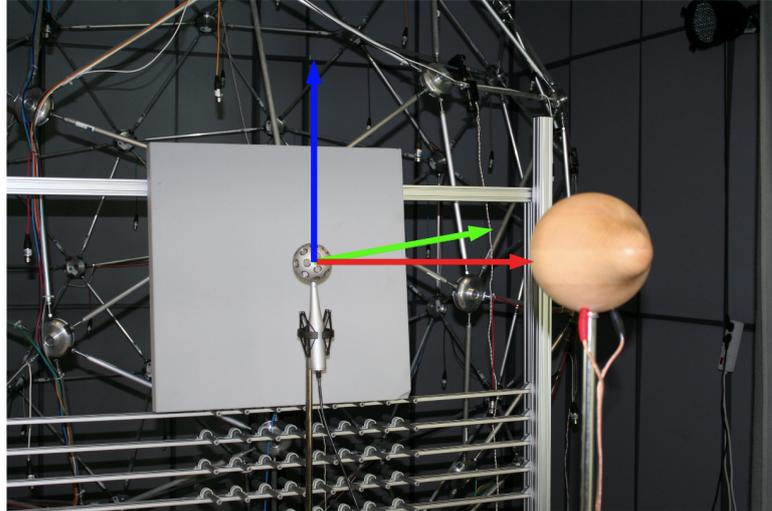


Abbildung 9: Definition des Koordinatensystems.

Messwinkeln zu wählen und die SH-Ordnung der SH-Interpolation einzuschränken.

4 Diskussion der Ergebnisse

Anhand der Balloon-Diagramme lässt sich der Einstrahlungswinkel, wie in Abbildung 10 dargestellt, identifizieren.

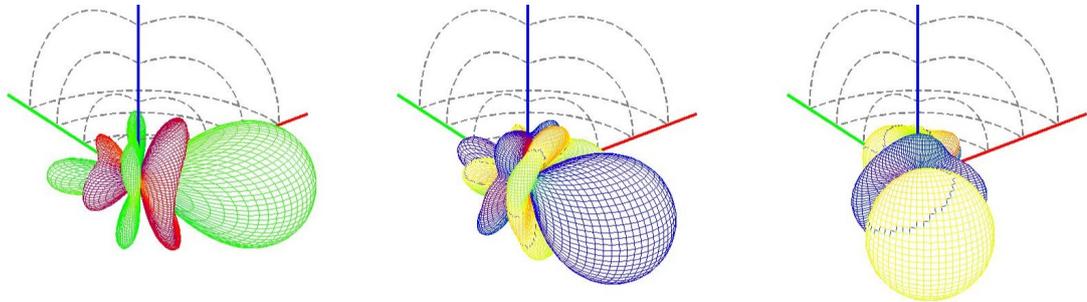


Abbildung 10: Balloon-Diagramme für unterschiedliche Einstrahlungswinkel von $\varphi = 0^\circ, 40^\circ, 80^\circ$ ($f = 3,6\text{kHz}$ mit $N = 4$).

Die Qualität der Diagramme variiert jedoch mit der Frequenz. So erscheint dieses mit gleichbleibender maximaler SH-Ordnung N bei einer Frequenz von $f = 2\text{kHz}$ statt $f = 3,6\text{kHz}$ deutlich unstrukturierter.

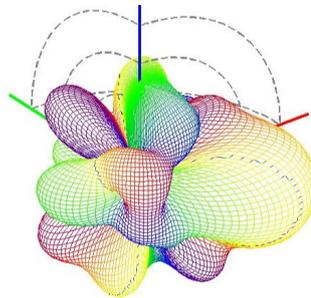


Abbildung 11: Balloon-Diagramm für $f = 2\text{kHz}$ mit $N = 4$.

Der Grund hierfür liegt bei den verwendeten Holografiefiltern, welche die tieffrequenten Signalanteile hoher SH-Ordnungen enorm verstärken. Existieren also Messungenauigkeiten, so äußern sich diese im tiefen Frequenzbereich vor allem bei der Auswertung höherer Ordnungen. Da bei der Messung hochenergetische Anregungssignale verwendet wurden, ist anzunehmen, dass diese Ungenauigkeiten nur zu einem geringen Teil durch Störsignale bei der Messung verursacht werden. Das Messergebnis wird deshalb vermutlich vielmehr davon beeinflusst, dass die Mikrofonpegel nicht richtig angepasst sind oder dass die Mikrofone nicht ideal auf der Kugeloberfläche positioniert wurden. Außerdem berücksichtigt das akustische Modell neben der idealisierten Kugeloberfläche keine zusätzlichen Konstruktionsflächen wie beispielsweise den Sockel des Arrays. Da all diese Komponenten bei der Versuchsdurchführung weder kontrolliert noch getrennt erfasst werden können,

wird die Gesamtheit dieser Unsicherheiten in weiterer Folge als Rauschen bezeichnet. Je nach Größe des so definierten Signal-Rausch-Abstands (SNR), sollte demnach bei Überschreitung dieses Wertes die SH-Ordnung eingeschränkt werden. Um die SNR-Grenze empirisch zu ermitteln, wurde die SH-Ordnung auf $N = 3$ gesetzt und anschließend die Frequenz schrittweise erhöht, bis sich eindeutige, gegenphasige Schwingungsbäuche im Balloon-Diagramm ausprägen. Wie in Abbildung 12 ersichtlich ergibt sich ein klarer Beam erst bei einer Frequenz von etwa 2,1kHz, während eine gute Oktave tiefer das Diagramm sehr diffus erscheint und bei 1,7kHz noch kleinere Phasenunstimmigkeiten auftreten.

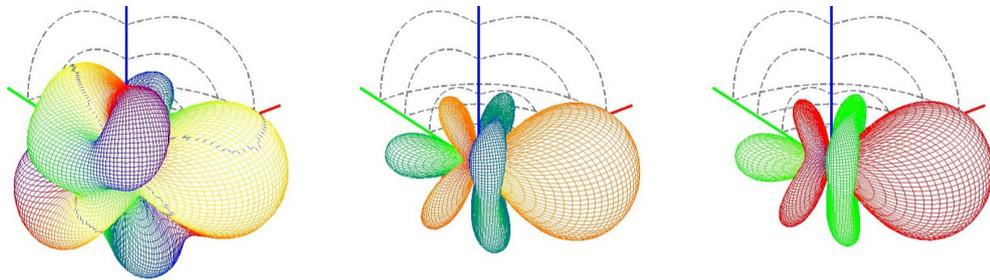


Abbildung 12: Empirische Bestimmung der Grenzfrequenz bei $N = 3$ (links: $f = 1$ kHz, mitte: $f = 1,7$ kHz, rechts: $f = 2,1$ kHz).

Bestimmt man nun den Verstärkungsfaktor des Holografiefilters bei $f = 2,1$ kHz, kommt man auf einen Wert von gut 28dB, der auch entsprechend obiger Betrachtungen als SNR interpretiert werden kann. Abbildung 13 zeigt im Umkehrschluss die für einen SNR von 28dB resultierenden unteren Grenzfrequenzen in Bezug zu den jeweiligen SH-Ordnungen.

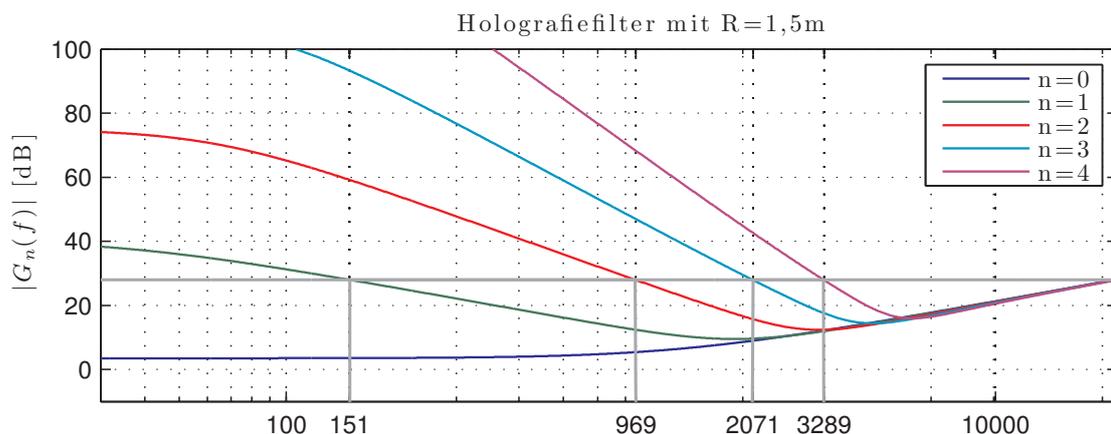


Abbildung 13: Holografiefilter für $n=0..4$ ($r_E = 4,2$ cm, $R = 1,5$ m) mit unteren Grenzfrequenzen bei angenommenem SNR von 28dB.

Abbildung 14 zeigt noch einmal Balloon-Diagramme für tiefere Frequenzen bei denen die SH-Ordnung entsprechend obiger Untersuchung beschränkt wurde.

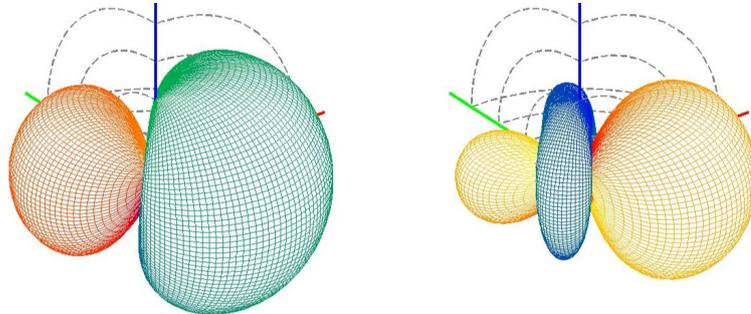


Abbildung 14: Reduktion der Ordnung für tiefe Frequenzen wie $f = 150\text{Hz}$ mit $N = 1$ oder $f = 1\text{kHz}$ mit $N = 2$.

Neben dieser Einschränkung des örtlichen Auflösungsvermögens im tiefen Frequenzbereich existiert für hohe Frequenzen aufgrund des endlichen Mikrofonabstands des Mikrofonarrays eine richtungsbezogene Mehrdeutigkeit. Der Einfluss dieses Aliasing wird in den Diagrammen ab Frequenzen von 8kHz gut sichtbar.

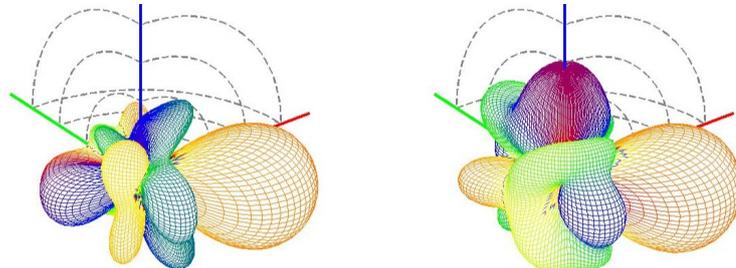


Abbildung 15: Einfluss von Aliasing bei zu hohen Frequenzen wie $f = 8\text{kHz}$ oder $f = 10\text{kHz}$ ($N = 4$).

Literatur

- [Pom08] H. Pomberger, *Angular and Radial Directivity Control for Spherical Loudspeaker Arrays*, Graz, A, 2008.
- [Zot10] F. Zotter, "Laborunterlagen akustische messtechnik 2, lu, s2010," Ausgabe 2010.
- [Zot11] Zotter, *Vorlesungsskriptum: Akustische Holofonie und Holografie*, Feb 2011.