

# Akustische Messtechnik 2 LU

SS09

Protokoll

Michael Tauch, Fabio Kaiser

1. und 2. April 2009

Betreuer: Franz Zotter

## Lautsprechermessung im 64-Mikrofon- Kugel-Array und Darstellung der Spherical Harmonics

## 1 Kugelförmige Mikrofonarrays

Kugelförmige Mikrofonarrays werden zur Analyse und Synthese von Schallfeldern für alle Raumwinkel des Kugelkoordinatensystems verwendet.

### 1.1 Lösung der Wellengleichung im Kugelkoordinatensystem

Die Lösungen der Wellengleichung hat dann folgende Form

$$p_h = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (A_{nm} j_n(kr) + B_{nm} h_n(kr)) Y_n^m(\varphi, \vartheta)$$

wobei der Index  $n$  oft Ordnung genannt wird,  $m$  Grad,  $Y_n^m(\varphi, \vartheta)$  Kugelflächenfunktionen (spherical harmonics),  $j_n(kr)$  die sphärischen Besselfunktionen und  $h_n(kr)$  die sphärischen Hankelfunktionen.

$A_{nm}$  und  $B_{nm}$  sind die Koeffizienten der einfallenden bzw. auslaufende Wellen.

Die sphärischen Basislösungen bieten den Vorteil einer gleichmäßigen Auflösung im gesamten Raum und es tritt keine Vorne-Hinten-Ambiguität auf.

### 1.2 Kugelflächenfunktionen

Kugelflächenfunktionen sind der anguläre Anteil, der in beiden Arten von Basislösungen auftritt. Man sie als die Schwingung einer Kugeloberfläche mit

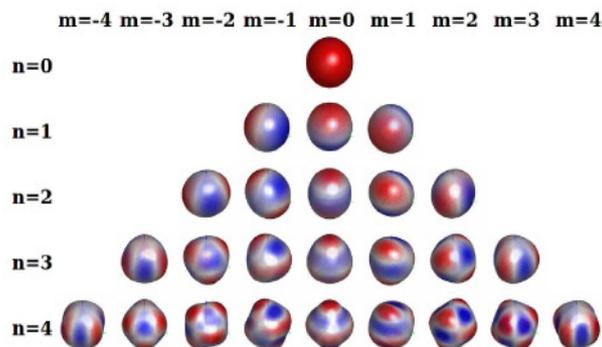


Abbildung 7: Kugelflächenfunktionen / spherical Harmonics

bestimmten Radius sehen.

### 1.3 Sphärische Bessel/Neumannfunktionen

Die sphärischen Bessel- und Neumannfunktionen beschreiben die radiale Ausbreitung von Schallfeldern in Kugelflächenfunktionen.

Die sphärische Hankelfunktion setzt sich aus den Bessel- und Neumannfunktionen zusammen.

$$h_n(kr) = j_n(kr) - iy_n(kr).$$

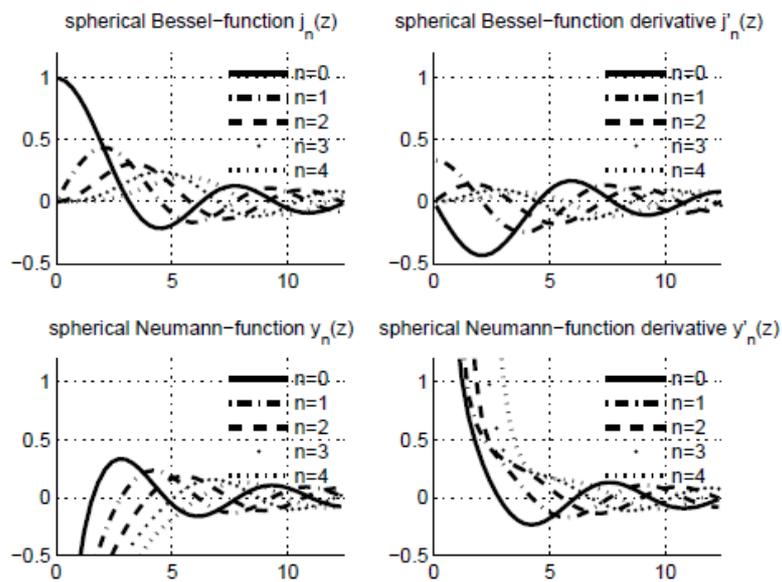


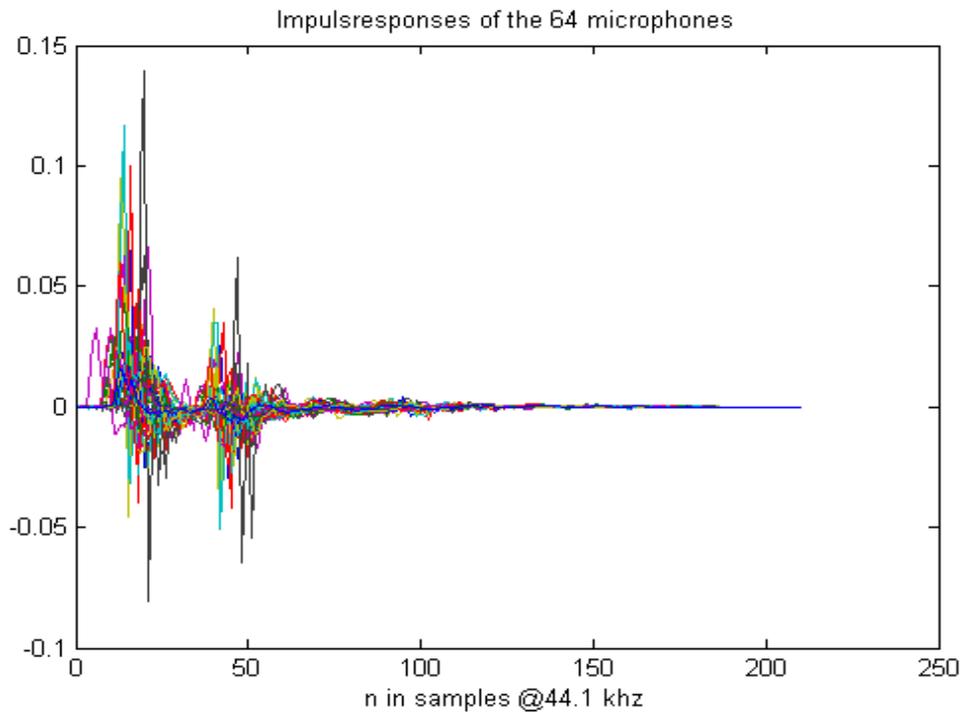
Abbildung 8: Sphärische Hankel und Besselfunktionen

## 2 Messung der Abstrahlcharakteristik des Tröpfchenlautsprechers

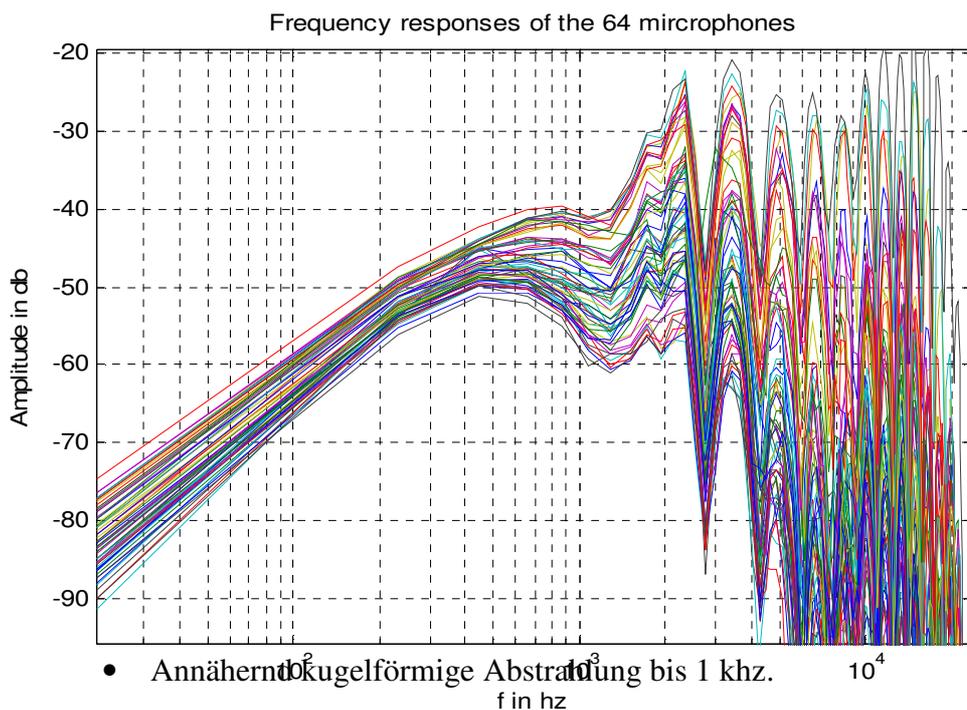
- Kalibrierung der Mikrofone mit einem Kalibrator. Erstellen eines Kalibrierungsvektors für Matlab
- Erstellen einer Matlab GUI zur Darstellung der Spherical Harmonics bei verschiedenen Frequenzen als Kombination von vorprogrammierten m-files. Erstellen einer Matlab Funktion für die Zerlegung der 64 Mikrofon Signale in Spherical Harmonics
- Messung der Impulsantworten eines Tropfenlautsprechers mittel exponentiellem Sweep in PD.



- Berechnung der Impulsantworten und Fensterung (210 Samples mit halbem Hanning Fenster) für die Weiterverarbeitung.



- Anwendung der FFT auf die Impulsantworten
- WICHTIG: Kammfilter (s.u.) beobachtet, ausgelöst durch eine starke Reflexion nach 30 Samples => Reflexionen (s.o.) an den Sternelementen (für zukünftige Messungen evtl. mit Schaumstoffkegeln abdecken)



### 3 Zerlegung der Messdaten in Spherical Harmonics

Für die Berechnung der Spherical Harmonics Koeffizienten wurde nur der abstrahlende Teil der Lösung für die Wellengleichung verwendet. Es wurden an einem fixen Radius an diskreten Winkelpositionen die Impulsantworten gemessen. Daraus ergeben sich die Schalldrücke  $p$  im Frequenzbereich. Die Doppelsumme aus Kapitel 1 lässt sich dann in Matrixform folgendermaßen anschreiben:

$$\vec{p} = Y_{\{\phi_i, \theta_i\}} \vec{c} \quad (1)$$

wobei

$$c_{nm} = B_{nm} h_n(kr) \quad (2)$$

die gesuchten Koeffizienten der Spherical Harmonics sind,

und

$$Y_{\{\phi_i, \theta_i\}} = \begin{bmatrix} Y_{00}(\varphi_1, \vartheta_1) & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{NN}(\varphi_1, \vartheta_1) \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ Y_{00}(\varphi_L, \vartheta_L) & \cdot & \cdot & \cdot & Y_{NN}(\varphi_L, \vartheta_L) \end{bmatrix} \quad (3)$$

(mit  $L$  = Anzahl der Positionen auf der Kugeloberfläche)

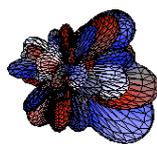
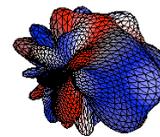
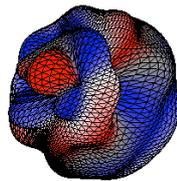
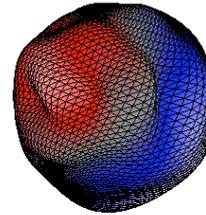
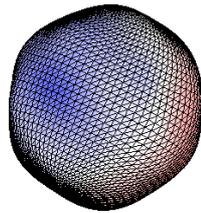
die 64x64 Spherical Harmonics Matrix ist, woraus für die Koeffizienten folgt:

$$\vec{c} = Y^{-1} \vec{p} \quad (4)$$

Mit den Koeffizienten lassen sich Druck und Schnelle an beliebigen Winkeln und Radien ausrechnen, indem man durch die Hankelfunktion am Messradius dividiert und mit der Hankelfunktion am gewünschten Radius multipliziert.

## 4 Messergebnisse

- Beobachtung: Merkwürdige Nebenkeulen im Spherical Harmonics Plot.
- Ergebnisse der Spherical Harmonics: In den folgenden Grafiken wird das Abstrahlungsmuster des Tropfenlautsprechers gezeigt. Er ist nach rechts ausgerichtet. Frequenzen: 300Hz, 1kHz, 2kHz, 4kHz, 6kHz.



## 5 Zusammenfassung

Es wurde die Richtcharakteristik eines Tropfenlautsprechers im 64-Mikrofon Kugelarray gemessen. Die Kalibrierung der Mikrofonvorverstärker stellte sich als sehr aufwändig und unpräzise dar. Die Impulsantworten wurden in Spherical Harmonics zerlegt um die Ergebnisse grafisch darstellen zu können. Durch die Aufhängung der Mikrofone ergab sich bei der Messung eine störende Reflexion die zu einem starken Kammfiltereffekt geführt hat. Vermutlich resultieren daraus auch die merkwürdigen Nebenkeulen im Spherical Harmonics Plot. Mit den Hankelfunktionen wurde der Schalldruck an verschiedenen Radien ausgewertet. Als große Schwierigkeit erwies sich außerdem die korrekte Skalierung und Positionierung der Koordinatenachsen im Spherical Harmonics Plot.

Trotz der technischen Herausforderungen, konnte man deutlich zeigen, dass mit dieser Messmethode die Richtcharakteristik einer Schallquelle auf eindrucksvolle Art und Weise analysiert und dargestellt werden kann.

Für zukünftige Messungen sollte versucht werden den Messfehler durch die Mikrofonaufhängung zu minimieren. Auch der Kalibrierungsvorgang sollte in zukünftigen Messungen optimiert werden.